

Devoir de mathématiques

Exercice 1 Résoudre les équations : $E_1 : e^{x+1} = 1$ $E_2 : (e^{x+1})^2 = e^3 e^x$
et les inéquations : $I_1 : e^{-3x} - 1 \geq 0$ $I_2 : e^{2x} - e^{-x+1} \geq 0$

Exercice 2 On considère la fonction g définie par $f(x) = e^{-x^2+1}$.
Déterminer les équations des tangentes à la courbe de f aux points d'abscisses 0 et 1.

Exercice 3 Étudier le sens de variation de la fonction g définie par $g(x) = (x^2 - 3)e^x$

Exercice 4 Un élève doit se rendre à son lycée chaque matin pour 8h00. Pour cela, il utilise, selon les jours, deux moyens de transport : le vélo ou le bus.

L'élève part tous les jours à 7h40 de son domicile et doit arriver à 8h00 à son lycée. Il prend le vélo 7 jours sur 10 et le bus le reste du temps.

Les jours où il prend le vélo, il arrive à l'heure dans 99,4% des cas et lorsqu'il prend le bus, il arrive en retard dans 5% des cas.

On choisit une date au hasard en période scolaire et on note les événements

V : « L'élève se rend au lycée à vélo »

B : « l'élève se rend au lycée en bus »

R : « L'élève arrive en retard au lycée ».

1. Traduire la situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité de l'événement $V \cap R$.
3. Démontrer que la probabilité de l'événement R est 0,0192
4. Un jour donné, l'élève est arrivé en retard au lycée. Quelle est la probabilité qu'il s'y soit rendu en bus?

Exercice 5 On considère la fonction h définie par l'expression $h(x) = \frac{1 + 2e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

Montrer que, pour tout réel x , on a $h(x) = \frac{e^x + 2}{e^x + 1}$.

Étudier alors les variations de h .