Corrigé du devoir de mathématiques

Exercice 1
$E_1 : e^{x+1} = 1 = e^0 \iff x+1=0 \iff x=-1$
$E_2 : \left(e^{x+1}\right)^2 = e^3e^x \iff e^{2(x+1)} = e^{3+x} \iff 2x+2=3+x \iff x=1$

$I_1 : e^{-3x}-1 \geqslant 0 \iff e^{-3x} \geqslant 1 = e^0 \iff -3x \geqslant 0 \iff x \leqslant 0$

$I_2 : e^{2x}-e^{-x+1} \geqslant 0 \iff e^{2x} \geqslant e^{-x+1} \iff 2x \geqslant -x+1 \iff x \geqslant \dfrac{1}{3}$

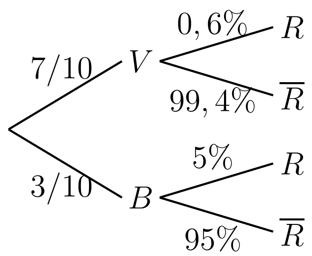
Exercice 2 On $f=e^u$ avec $u(x)=-x^2+1$ donc $u'(x)=-2x$, et alors $f'=u'e^u$, soit $f'(x)=-2xe^{-x^2+1}$.
L'équation de la tangente en a est $T_a : y = f'(a)(x-a)+f(a)$ et donc les deux équations,
<u>en 0 :</u> avec $f'(0)=0$ et $f(0)=e^1=e$, on obtient $T_0 : y=e$
<u>en 1 :</u> avec $f'(1)=-2e^0=-2$ et $f(1)=e^0=1$, on obtient $T_1 : y=-2(x-1)+1=-2x+3$

Exercice 3 On a $g=uv$ avec $u(x)=x^2-3$ donc $u'(x)=2x$ et $v(x)=e^x$ donc $v'(x)=e^x$.
Ainsi, $g'=u'v+uv'$, soit $g'(x)=2xe^x+(x^2-3)e^x=(x^2+2x-3)e^x$
On a $e^x>0$ et le premier terme est du second degré de discriminant $\Delta=16>0$ et admet donc deux racines $x_1=1$ et $x_2=-3$.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	
e^x		$+$	|	$+$	|	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
g		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Exercice 4

1.



2. $P(V\cap R)=7/10\times 0,6\%=0,42\%$
3. D'après la formule des probabilités totales, $P(R)=7/10\times 0,6\%+3/10\times 5\%=1,92\%=0,0192$
4. On cherche la probabilité conditionnelle $P_R(B)=\dfrac{P(R\cap B)}{P(R)}=\dfrac{3/10\times 5\%}{0,0192}\simeq 0,78=78\%$

Exercice 5 On a $h(x)=\dfrac{1+2e^{-x}}{1+e^{-x}}=\dfrac{e^x\left(1+2e^{-x}\right)}{e^x\left(1+e^{-x}\right)}=\dfrac{e^x+2e^0}{e^x+e^0}=\dfrac{e^x+2}{e^x+1}$.
On a $g=\dfrac{u}{v}$ avec $u(x)=e^x+2$, donc $u'(x)=e^x$ et $v(x)=e^x+1$, donc $v'(x)=e^x$.
On obtient alors $g'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ soit $g'(x)=\dfrac{e^x\left(e^x+1\right)-\left(e^x+2\right)e^x}{\left(e^x+1\right)^2}=\dfrac{-e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$
De plus, pour tout réel x, on a $e^x>0$ et donc $e^x+1>1$ et en particulier $e^x+1\neq 0$ et donc $(e^x+1)^2>0$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$-e^x$		$-$	
$\left(e^x+1\right)^2$		$+$	
$g'(x)$		$-$	
g	2	$\searrow$	1