

Corrigé du devoir de mathématiques

Exercice 1 $f(x) = x - 2 + \frac{4}{x-2}$.

On a $f = u + \frac{1}{v}$, d'où $f' = u' + \frac{-v'}{v^2}$, soit $f'(x) = 1 + 4 \frac{-1}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$

Le numérateur est un trinôme du second degré qui admet deux racines : $x^2 - 4x = 0 \iff x(x-4) = 0$ donc $x = 0$ et $x = 4$.

Le dénominateur s'annule en $x = 2$ qui est donc une valeur interdite.

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$x^2 - 4x$	+	\emptyset	-	+	+
$(x-2)^2$	+		\emptyset	+	+
$f'(x)$	+	\emptyset	-	+	+
f	↗		↘	↘	↗

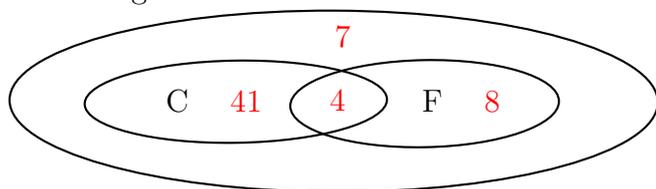
Exercice 2

$$a = e^3 \times e^6 \times \frac{e^{-5}}{e^2} = e^{3+6-5-2} = e^2$$

$$b = \frac{(e^x)^2}{e^{x+2}} = \frac{e^{2x}}{e^{x+2}} = e^{2x-(x+2)} = e^{x-2}$$

$$c = (1 + e^x)^2 - 2 \frac{e^{3x}}{(e^x)^2} = 1 + 2e^x + (e^x)^2 - 2 \frac{e^{3x}}{e^{2x}} = 1 + 2e^x + e^{2x} - 2e^x = 1 + e^{2x}$$

Exercice 3 C : "à la crème" F : "avec des fruits"
Avec un diagramme :



Avec un tableau :

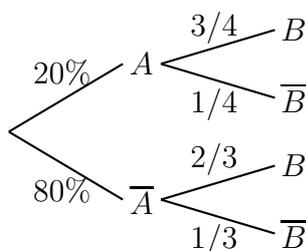
Gâteaux	C	\bar{C}	Total
F	4	8	12
\bar{F}	41	7	48
Total	45	15	60

1. $P = \frac{41}{60}$

2. $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Exercice 4

1.



2. Sachant que l'étudiant choisi a suivi le stage, la probabilité qu'il n'ait pas réussi ses examens est déjà inscrite dans l'arbre

$$P_A(\bar{B}) = \frac{1}{4}$$

3. La probabilité que l'étudiant choisi ait suivi le stage et réussi ses examens est

$$P(A \cap B) = 20\% \times \frac{3}{4} = 15\%$$

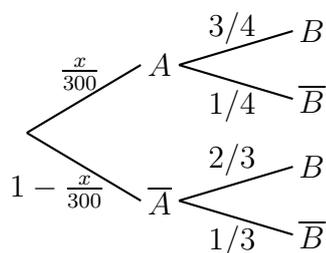
4. La probabilité que l'étudiant choisi ait réussi ses examens est, d'après la formule des probabilités totales,

$$P(B) = 20\% \times \frac{3}{4} + 80\% \times \frac{2}{3} \simeq 0,68$$

5. Sachant que l'étudiant choisi a réussi ses examens, la probabilité qu'il ait suivi le stage est

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \simeq \frac{15\%}{68\%} \simeq 0,22 = 22\%$$

6. On note x le nombre de places au stage, et on a alors l'arbre



On veut maintenant que $P(B) \geq 70\%$, avec

$$P(B) = \frac{x}{300} \times \frac{3}{4} + \left(1 - \frac{x}{300}\right) \frac{2}{3} = \frac{1}{12} \times \frac{x}{300} + \frac{2}{3}$$

et donc

$$P(B) \geq 70\% \iff \frac{1}{12} \times \frac{x}{300} + \frac{2}{3} \geq 70\% \iff x \geq 300 \times 12 \left(70\% - \frac{2}{3}\right) = 120$$

Il faudra donc prévoir 120 places pour arriver à ce taux de réussite.