Corrigé du devoir de mathématiques

Exercice 1 $f(x) = \dfrac{x^2+5}{x+2}$. On a $f = \dfrac{u}{v}$, avec $u(x) = x^2+5$ donc $u'(x) = 2x$, et $b(x) = x+2$ donc $v'(x) = 1$.

On a donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$, soit $f'(x) = \dfrac{2x(x+2) - (x^2+5)}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$

Le numérateur et un trinôme du second degré qui a pour discriminant a $\Delta = 36 > 0$ et admet donc deux racines : $x = 1$ et $x = -5$.

Le dénominateur s'annule en $x = -2$ qui est donc une valeur interdite.

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
x^2+4x-5		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$(x+2)^2$		$+$	|	$+$	0	$+$	|	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$		$\searrow$	‖	$\searrow$		$\nearrow$	

La tangente au point d'abscisse 1 a pour équation $T_1 : y = f'(1)(x-1) + f(1)$, avec $f(1) = \dfrac{1^2+5}{1^2+2} = 2$ et $f'(1) = 0$, d'où l'équation $T_1 : y = 2$: la tangente est horizontale.

Exercice 2

$a = \dfrac{e^3 \times e^6 \times e^{-5}}{e^{-2}} = e^{3+6-5-(-2)} = e^6$

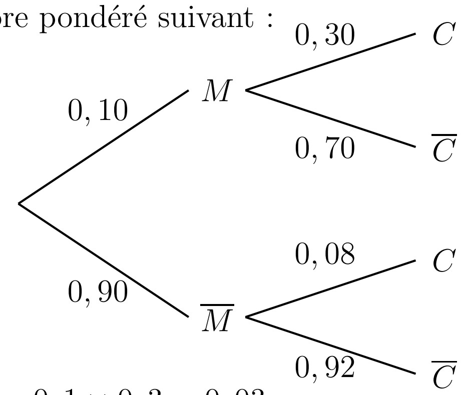
$b = \dfrac{e^{1+2x}}{\left(e^{x-1}\right)^2} = \dfrac{e^{1+2x}}{e^{2(x-1)}} = e^{1+2x-2(x-1)} = e^3$

Exercice 3 $(E_1) : e^{-x+2} - 1 = 0 \iff e^{-x+2} = 1 = e^0 \iff -x+1 = 0 \iff x = 1$

$(E_2) : e^{x^2+x+4} = e^2 e^{4x} = e^{2+4x} \iff x^2+x+4 = 2+4x \iff x^2-3x+2 = 0$

Cette équation du second degré a pour discriminant $\Delta = 1 > 0$ et admet donc deux racines $x = 1$ et $x = 2$ qui sont donc les solutions de (E_2).

Exercice 4 On peut construire l'arbre pondéré suivant :



1. a. $P(M \cap C) = P(M) \times P_M(C) = 0,1 \times 0,3 = 0,03$

   b. En utilisant l'arbre (ou d'après la formule des probabilités totales) :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(M \cap C) + P\left(\overline{M} \cap C\right) \\ &= P(M) \times P_M(C) + P\left(\overline{M}\right) \times P_{\overline{M}}(C) \\ &= 0,1 \times 0,3 + 0,9 \times 0,08 = 0,03 + 0,072 = 0,102 \end{aligned}$$

2. On choisit au hasard une victime d'un accident cardiaque.

   La probabilité qu'elle présente une malformation cardiaque de type anévrisme est $P_C(M)$:

   $P_C(M) = \dfrac{P(M \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0,03}{0,102} \approx 0,2941$