Devoir de mathématiques

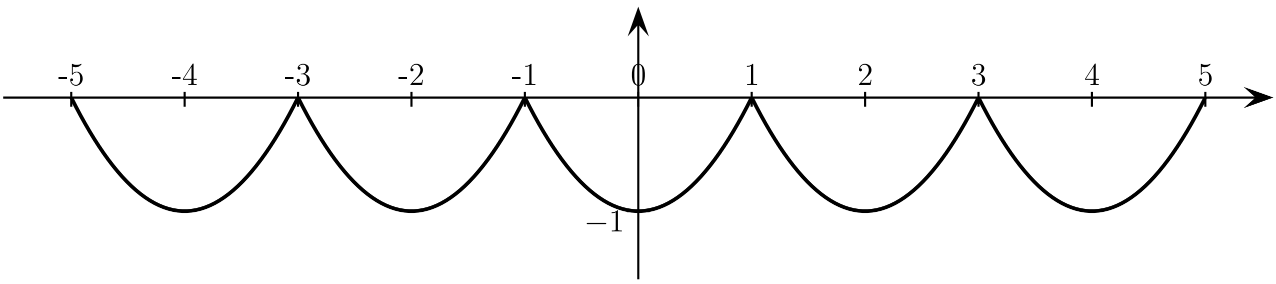
Exercice 1
On a $f = \cos(u)$ avec $u(x) = 2x - 3$ donc $u'(x) = 2$
et alors $f' = -u' \sin(u)$ soit $f'(x) = -2\sin(2x-3)$

On a $g = \sqrt{u}$ avec $u(x) = -2x^2 + 1$ donc $u'(x) = -4x$
et alors $g' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ soit $g'(x) = \dfrac{-4x}{2\sqrt{-x^2+1}} = \dfrac{-2x}{\sqrt{-x^2+1}}$

On a $h = uv$ avec $u(x) = x$ donc $u'(x) = 1$ et $v = e^w$ avec $w(x) = -3x^2$ donc $w'(x) = -6x$, et donc $v' = w'e^w$ soit $w'(x) = -6xe^{-3x^2}$
En dérivant le produit, on a alors $h' = u'v + uv'$ soit

$$h'(x) = 1e^{-3x^2} + x\left(-6xe^{-3x^2}\right) = \left(1 - 6x^2\right)e^{-3x^2}$$

Exercice 2 Sur $[-1;1]$ la courbe de f est une portion de parabole. On reproduit ensuite cette portion de parabole par translation sur les intervalles voisins $[1;3]$, $[3;5]$ et $[-3;-1]$ et $[-5;-3]$.



Exercice 3 On a $f = e^u$ avec $u(x) = 3x^2 - 6$ donc $u'(x) = 6x - 6 = 6(x-1)$ et donc $f' = u'e^u$, soit $f'(x) = 6(x-1)e^{3x^2-6}$
On peut alors dresser le tableau de variation :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$6(x-1)$		$-$	0	$+$	
e^{3x^2-6}		$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	e^{-3}	$\nearrow$	

Exercice 4

1. $u_1 = \dfrac{2}{3}u_0 + 1 = \dfrac{5}{3}$ et $u_2 = \dfrac{2}{3}u_1 + 1 = \dfrac{19}{9}$.
2. Pour tout entier n, $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \dfrac{2}{3}u_n + 1 - 3 = \dfrac{2}{3}u_n - 2 = \dfrac{2}{3}(u_n - 3) = \dfrac{2}{3}v_n$.

   Ainsi, (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{2}{3}$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 3 = -2$.
3. On en déduit que, pour tout entier n, $v_n = v_0 q^n = -2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

4. On obtient alors, $v_n = u_n - 3 \iff u_n = v_n + 3 = -2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n + 3$.

Exercice 5 La moyenne de la série est :

$$\overline{X} = 0,3 \times 12 + 0,2 \times 5 + 0,1 \times 8 + 0,4 \times 9 = 9$$

La variance de la série est :

$$V(X) = 0,3 \times (12-9)^2 + 0,2 \times (5-9)^2 + 0,1 \times (8-9)^2 + 0,4 \times (9-9)^2 = 6$$

d'où l'écart-type : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{6} \simeq 2,45$