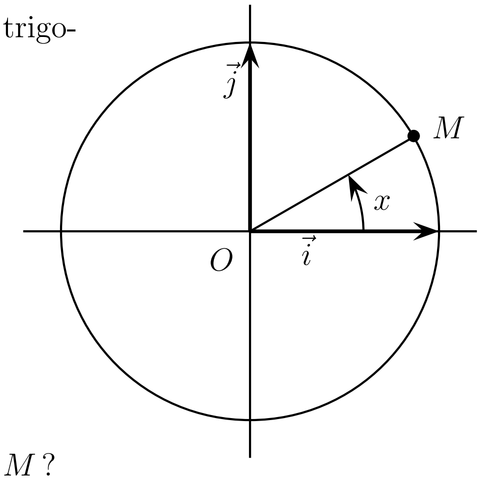
Spécialité mathématiques
Première générale

Fonctions trigonométriques
Compléments sur les fonctions
Exercices

Exercice 1 Soit x un nombre réel quelconque et M le point du cercle trigonométrique tel que $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OM}\right) = x$.



a) Compléter le tableau et situer les angles sur le cercle :

x (deg)	0	45	60	90	135	180	270	360
x (rad)								

b) Rappeler quelles sont les coordonnées de M en fonction de x.
À quel intervalle peut appartenir x ? l'abscisse de M ? l'ordonnée de M ?

c) Rappeler les valeurs particulières :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin(x)$						
$\cos(x)$						

d) Compléter les tableaux de signe :

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$					

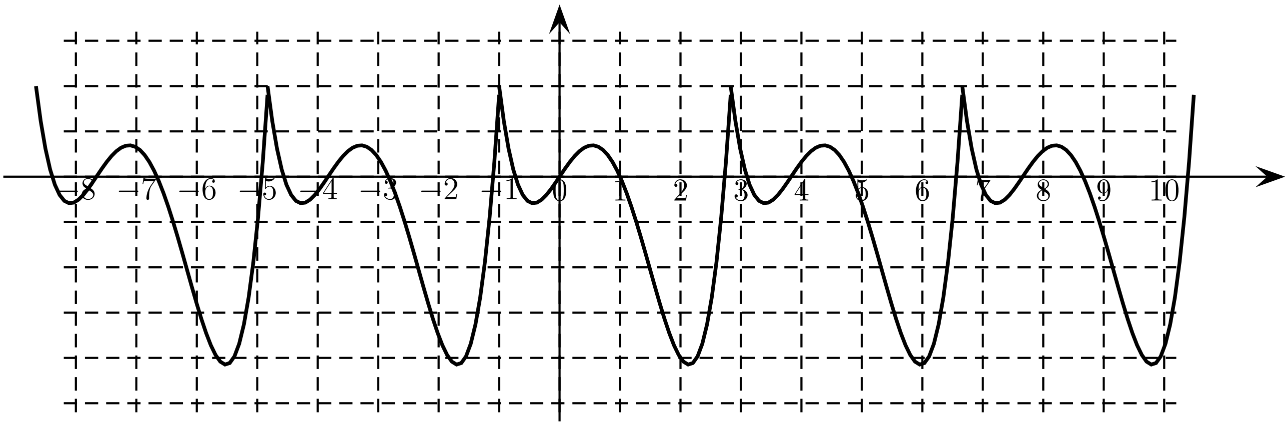
x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$					

e) Compléter les tableaux de variation :

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$					

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$					

Exercice 2 Déterminer graphiquement la période de la fonction suivante :



Exercice 3 Soit f la fonction périodique de période 1 définie par $f(t) = -2t + 1$ si $t \in [0; 1]$.
Tracer la représentation graphique de f sur $[-2; 4]$.

Exercice 4 Soit f la fonction périodique de période 2 définie par $f(t) = t^2$ si $t \in [-1; 1]$.
Tracer la représentation graphique de f sur $[-3; 5]$.

Exercice 5 Soit f la fonction périodique, de période 2, définie par $f(t) = -2t^2 + 2$ si $t \in [-1; 1]$.
Dresser le tableau de variations de f sur $[-1; 1]$.
Tracer alors la représentation graphique de f sur $[-3; 5]$.

Exercice 6 Préciser les équations des deux tangentes en 0 et en $\dfrac{\pi}{2}$ pour la courbe représentative de la fonction sinus.
Faire de même pour la courbe de la fonction cosinus.
Représenter alors graphiquement les deux sinusoïdes et leurs tangentes.

Exercice 7 Pour $h_1 : x \mapsto \sqrt{x-1}$ et $h_2 : x \mapsto x^2 + 1$, donner l'expression en fonction de x des fonctions suivantes :

$$f_1 = h_2 \circ h_1 \quad ; \quad f_2 = h_1 \circ h_2 \quad ; \quad f_3 = h_1 \circ h_1 \quad ; \quad f_4 = h_2 \circ h_2$$

Exercice 8 Pour $h_1 : x \mapsto \cos(x)$ et $h_2 : x \mapsto x^2 + 1$, donner l'expression en fonction de x des fonctions suivantes :

$$f_1 = h_2 \circ h_1 \quad ; \quad f_2 = h_1 \circ h_2 \quad ; \quad f_3 = h_2 \circ h_1 \circ h2$$

Exercice 9 Les fonctions u, v et w sont définies par les expressions

$$u(x) = x + 3\,, \quad v(x) = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad w(x) = 2 - 7x\,.$$

1. Soit $f = w \circ v \circ u$. Démontrer que f est définie par l'expression $f : x \mapsto 2 - \dfrac{7}{x+3}$.
2. Étudier le sens de variation de f sur $[-2, 4]$.
3. Encadrer $f(x)$ au mieux sur $[-2, 4]$.

Exercice 10 Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

$f_1(x) = (6x+3)^3$ $f_2(x) = (-2x^2+3)^5$ $f_3(x) = e^{6x^2+1}$ $f_4(x) = xe^{-x^2}$ $f_5(x) = e^{\sin(x)}$

$f_6(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ $f_7(x) = \dfrac{3}{x^2+1}$ $f_8(x) = \dfrac{3x}{x^2+1}$ $f_9(x) = \sin(x^2+1)$ $f_{10}(x) = \cos(3x^2+x)$

$f_{11}(x) = \sin(2\pi x)$ $f_{12}(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $f_{13}(x) = x(2x-1)^3$ $f_{14}(x) = \sqrt{3x^2+1}$ $f_{15}(x) = e^{\cos\left(3x^2\right)}$

Exercice 11 Étudier le sens de variation, puis tracer l'allure de la courbe, des fonctions suivantes :

$f_1(x) = (6x+3)^3$ $f_2(x) = e^{6x^2+1}$ $f_3(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ $f_4(x) = \dfrac{3}{x^2+1}$ $f_5(x) = \sqrt{3x^2+1}$

Exercice 12 On note C la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto e^{-x^2}$ définie sur $[0;2]$, dans un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. Pour $M(x;y)$ un point de la courbe C, on note aussi $N(x;0)$ et $M(0;y)$ les points et enfin $A(x)$ l'aire du rectangle $ONMP$.

Déterminer la position du point M sur la courbe C pour laquelle l'aire du rectangle $ONMP$ est maximale.

Exercice 13 On donne la formule $\cos(x)+\sin(x) = \sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

On note $f(x) = e^{-x}$, $g(x) = -f(x)$ et $h(x) = e^{-x}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

a) Dresser le tableau de variation de f et tracer dans un repère sa courbe.
Tracer dans ce même repère la courbe de la fonction g.

b) Étudier le sens de variation de la fonction h sur $[0;2\pi]$.

c) Tracer sur le graphique précécent l'allure de la courbe de h.