Trinôme du second degré - Exercices

Première générale
spécialité maths

Exercice 1 Développer et réduire les expressions : $A(x) = 2x - 3(3x - 5)$ $B(x) = 2x(x - 3) - 4(x + 2)$
$C(x) = (2x - 4)(2x + 5)$ $D(x) = (2x - 3)^2$ $E(x) = \left(\dfrac{1}{2}x - 1\right)^2$ $F(x) = (2x - 3)(2x + 3)$

Exercice 2 Vrai ou faux ? (en justifiant bien sûr…)

a) 2 est solution de l'équation $-x^2+3x-2=0$ b) -3 est solution de l'équation $x^2-2x+15=0$
c) Si $x = 3$, $x^2 + 9x = (x + 3)^2$ d) Pour tout réel x, $x^2 + 9x = (x + 3)^2$
e)Si $2x^2 = 8$ alors $x = 2$

Exercice 3 Simplifier : $a = \sqrt{16}$; $b = \sqrt{8}$; $c = \sqrt{75}$; $d = \dfrac{\sqrt{12} + \sqrt{36}}{6}$; $e = \dfrac{-6 - \sqrt{27}}{3}$; $f = \dfrac{2 - \sqrt{12}}{2}$

Exercice 4 Résoudre dans $\mathbb{R}$: $E_1 : x^2 = 8$; $E_2 : 2x^2 = -8$; $E_3 : (x - 1)^2 = 16$; $E_4 : (3x + 1)^2 = 5$;
$E_5 : (2x+1)(-3x+5) = 0$; $E_6 : (2x+3)^2 - 25 = 0$; $E_7 : 3(x+2)^2 - 9 = 0$; $E_8 : x^2 + 6x = 0$; $E_9 : 3x^2 = 7x$

Exercice 5 Pour chaque équation, identifier les coefficients a, b et c puis la résoudre : $E_1 : x^2 - 9 = 0$;
$E_2 : 2x^2 + 3x = 0$; $E_3 : (x + 3)^2 - 4 = 0$; $E_4 : -3(x - 1)(x + 2) = 0$; $E_5 : 2x^2 + 3 = 0$

Exercice 6

- Résolution de $(E_1) : x^2 + 2x - 8 = 0$.
  Compléter : $x^2 + 2x = (x + \dots)^2 + \dots$, puis résoudre (E_1).
- Résolution de $(E_2) : x^2 + 4x + 5 = 0$.
  Compléter : $x^2 + 4x + 5 = (x + \dots)^2 + \dots$, puis résoudre (E_2).
- Résolution de $(E_3) : 2x^2 - x - 3 = 0$.
  Compléter : $2x^2 - x - 3 = 2\Big[\ \dots\ \Big] = 2\Big[(x + \dots)^2 + \ \dots\ \Big]$, puis résoudre (E_3).

Exercice 7 Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions trinômes :
$P(x) = x^2 + 4x + 3$; $P(x) = x^2 - 6x + 5$; $P(x) = 3x^2 + 3x + 2$; $P(x) = -2x^2 - 8x + 3$

Exercice 8

a) Écrire sous forme canonique les trinômes :
$P(x) = x^2 + 4x + 3$; $P(x) = x^2 - 6x + 5$; $P(x) = x^2 + 3x + 2$; $P(x) = x^2 - 3x + 3$
b) Résoudre alors les équations $P(x) = 0$.

Exercice 9 Calculer le discriminant des trinômes :

a) $P(x) = x^2 + x + 1$ b) $Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$ c) $R(x) = -x^2 + 3x - 1$
d) $S(x) = -x^2 - 2x + 10$ e) $T(x) = -3x^2 - x + 2$ f) $U(x) = x^2 - 2x + 1$

Exercice 10 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$, avec :

a) $P(x) = x^2 - 3x + 4$ b) $P(x) = 3x^2 - \dfrac{7}{2}x + \dfrac{49}{48}$ c) $P(x) = 3x^2 - x - 4$
d) $P(x) = 3x^2 - 27$ e) $P(x) = 6x^2 - 24x$ f) $P(x) = 3x^2 - 12 + (x - 2)(x + 3)$

Exercice 11 Factoriser les expressions suivantes :
a) $x^2 - 3x + 2$ b) $x^2 - 7x + 10$ c) $2x^2 - 5x + 2$ d) $-3x^2 + 4x + 4$ e) $-\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}x + 1$

Exercice 12 1. Déterminer un trinôme du second degré admettant 2 et -5 comme racines.
Quel est le signe de son discriminant ?

2. Déterminer la fonction trinôme du second degré f vérifiant : $f(2) = 0$, $f(-3) = 0$ et $f(1) = 4$.

Exercice 13 Résoudre les équations :

a) $x^3 + 6x^2 - 7x = 0$ b) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ c) $2x^4 + 9x^2 + 4 = 0$ d) $x^2 - \dfrac{1}{x^2} = 12$

Exercice 14 Soit le polynôme $P(x) = x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100$.

1. Déterminer trois réels a, b et c tels que la fonction trinôme du second degré $Q(x) = ax^2 + bx + c$ vérifie la relation : $P(x) = (Q(x))^2$.
2. Résoudre alors l'équation $P(x) = 0$.
3. a) Trouver trois réels a, b, c tels que $x^3 + 6x^2 + 6x + 5 = (x + 5)(ax^2 + bx + c)$.
   b) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction rationnelle f suivante et la simplifier
$$f(x) = \frac{x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 60x + 100}{x^3 + 6x^2 + 6x + 5}$$

Exercice 15 Déterminer le signe de $P(x)$ où,

a) $P(x) = x^2 + 4x - 5$ b) $P(x) = -x^2 + x + 6$ c) $P(x) = 3 - 2x + x^2$ d) $P(x) = -x^2 + x\sqrt{2} - 1$

Exercice 16 Résoudre les inéquations :

a) $x^2 + 4x - 4 \leqslant 0$ b) $-x^2 + x + 6 > 0$ c) $-2x^2 + x + 1 < 0$
d) $2x^2 - 24x + 12 < -60$ e) $29x \geqslant x^2 - 96$ f) $m^2 + m - 20 \leqslant 0$

Exercice 17 Déterminer le réel m pour que le trinôme $f(x) = -x^2 + 2x - m$ soit négatif pour tout x.

Exercice 18 Dresser le tableau de signe des expressions suivantes : a) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 4}{2x + 1}$

b) $g(x) = 2x + 3 + \dfrac{1}{x}$ c) $h(x) = x - \dfrac{1}{x}$ d) $k(x) = 1 - \dfrac{2}{2x^2 - 4x + 5}$ e) $l(x) = -2x^3 + 3x^2 - x$

Exercice 19 Soit m un nombre réel, et f la fonction trinôme définie par $f(x) = mx^2 + 4x + 2(m - 1)$.

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ admet-elle une seule racine ? Calculer alors cette racine.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ admet-elle deux racines distinctes ?
3. Quel est l'ensemble des réels m pour lesquels $f(x) < 0$ pour tout réel x ?

Exercice 20 Dans cet exercice, $f(x)$ désigne le trinôme $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$. Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses :

1. Si pour tout réel x, $f(x) < 0$, alors $\Delta < 0$.
2. S'il existe deux réels α et β tels que $f(\alpha)f(\beta) < 0$, alors $\Delta \geq 0$.
3. Si $\Delta < 0$, alors pour tout réel x, $f(x) < 0$.
4. Si $\Delta > 0$ et si α et β sont deux réels tels que $x' < \alpha < x'' < \beta$ (x' et x'' étant les racines du polynôme), alors $f(\alpha)f(\beta) < 0$.

Exercice 21 Pour chacun des trinômes suivants, rechercher une racine évidente puis calculer la deuxième racine. Vérifier les résultats à l'aide du calcul du discriminant.

a) $P(x) = x^2 + 4x - 5$ b) $Q(x) = x^2 + 7x + 6$ c) $R(x) = -x^2 + x + 6$ d) $S(x) = x^2 + x\sqrt{2} - 4$

Exercice 22 Donner deux nombres réels dont la somme vaut 12 et le produit 35.

Exercice 23 Quelles sont les dimensions d'un rectangle de périmètre $50m$ et d'aire $114m^2$?

Exercice 24 Soit $P(x) = 6x^3 - x^2 - 4x + 3$. Calculer $P(-1)$ et en déduire une factorisation de $P(x)$ puis toutes les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 25 Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$. Calculer $P(1)$ et $P(2)$ puis factoriser $P(x)$. Déterminer alors le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.