

## Devoir de mathématiques

**Exercice 1** Soit  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

- Calculer  $(A + B)^2$ .
- La matrice  $A$  est-elle inversible? Donner le cas échéant son inverse.
- Déterminer la matrice  $X$  telle que  $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

**Exercice 2** On considère la matrice carrée  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

Montrer que, pour tout entier naturel  $n \geq 1$ , on a  $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 3^n - 1 \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$ .

**Exercice 3** Soit deux nombres complexes  $z_1$  et  $z_2$  tels que :  $z_1 = 4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$  et  $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ .

- Déterminer la forme algébrique de  $z_1$ .
- Déterminer les formes trigonométrique et exponentielle de  $z_2$ .
- En déduire les formes algébrique et exponentielle de  $\frac{z_1}{z_2}$
- En déduire la valeur de  $\cos \frac{5\pi}{12}$ .