

Exercice 1 Étudier le sens de variation des fonctions $f(x) = \frac{3x+1}{4x+1}$ et $f(x) = (3+x)e^x$

Exercice 2 Déterminer les limites, lorsque n tend vers $+\infty$ de : $u_n = -2n^3 + 3n + 1$ et $v_n = \frac{2n^2 + n}{3n^2 - 1}$

Exercice 3 Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par l'expression $f(x) = \frac{5}{4}x$.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

a) Tracer dans un repère la courbe représentative de f .

Construire sur ce graphique les points A_0, A_1, A_2 et A_3 , situés sur l'axe des abscisses, et dont les abscisses respectives sont u_0, u_1, u_2 et u_3 .

b) Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n . Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Quelle est sa limite?

Exercice 4 Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 2$, puis, pour tout entier n non nul, par la relation de récurrence $u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$.

a) Calculer les premiers termes u_2 et u_3 .

b) Montrer que, pour tout entier n non nul, on a $u_n = \frac{n+1}{n}$.

En déduire la limite de (u_n) .

Exercice 5 On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,3$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = 1,8u_n(1 - u_n)$.

a. Étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto 1,8x(1 - x)$ sur $[0; 1]$ et montrer que $f\left(\frac{1}{2}\right) \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

b. Démontrer par récurrence que, pour tout entier n , $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$.

c. En déduire que la suite (u_n) converge.

d. Déterminer la limite de la suite (u_n) .