Devoir de mathématiques

Terminale générale
Spécialité maths

A

Exercice 1 Étudier le sens de variation des fonctions $f(x) = \dfrac{2x+1}{3x+1}$ et $f(x) = (1+2x)e^x$

Exercice 2 Déterminer les limites, lorsque n tend vers $+\infty$ de : $u_n = -2n^3 + 3n + 1$ et $v_n = \dfrac{2n^2+1}{3n^2-n}$

Exercice 3 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression $f(x) = \dfrac{3}{4}x$.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

a) Tracer dans un repère la courbe représentative de f.
Construire sur ce graphique les points A_0, A_1, A_2 et A_3, situés sur l'axe des abscisses, et dont les abscisses respectives sont u_0, u_1, u_2 et u_3.

b) Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Quelle est sa limite ?

Exercice 4 Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 2$, puis, pour tout entier n non nul, par la relation de récurrence $u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n}$.

a) Calculer les premiers termes u_2 et u_3.

b) Montrer que, pour tout entier n non nul, on a $u_n = \dfrac{n+1}{n}$.
En déduire la limite de (u_n).

Exercice 5 On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,3$ et, pour tout entier n, $u_{n+1} = 1,8u_n(1-u_n)$.

a. Étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto 1,8x(1-x)$ sur $[0;1]$ et montrer que $f\left(\dfrac{1}{2}\right) \in \left[0; \dfrac{1}{2}\right]$.

b. Démontrer par récurrence que, pour tout entier n, $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{2}$.

c. En déduire que la suite (u_n) converge.

d. Déterminer la limite de la suite (u_n).