

# Devoir de mathématiques

**Exercice 1** Dans le plan rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A(-2; 2)$  et  $B(4; 1)$ , le vecteurs  $\vec{u}(2; 3)$ , et la droite  $D$  d'équation  $x + y + 4 = 0$ .

1. Donner une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  de vecteur directeur  $\vec{u}$  et qui passe par  $A$ .
2. Donner une équation cartésienne de la droite de vecteur normal  $\vec{u}$  et qui passe par  $B$ .
3. Donner une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .
4. Donner une équation cartésienne de la droite  $d$  parallèle à  $D$  et passant par  $A$ .
5. Déterminer les coordonnées du point  $I$ , intersection des droites  $D$  et  $(AB)$ .
6. Donner une équation cartésienne du cercle de diamètre  $[AB]$ .

**Exercice 2** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{-x} - x$ .

- a) Déterminer les limites de  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ .
- b) Dresser le tableau des variations de  $f$ .

**Exercice 3** Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

Pour tout réel  $a$ , on note  $M$  le point de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisse  $a$ ,  $A$  le point situé sur l'axe des abscisses et d'abscisse  $a$ , et  $N$  le point situé sur l'axe des ordonnées et de même ordonnée que  $M$ .

On note  $d$  la tangente à  $\mathcal{C}_f$  en  $M$ . Cette tangente  $d$  coupe l'axe des abscisses en  $P$ , et coupe l'axe des ordonnées en  $Q$ .

- a) Faire une figure représentant la situation dans le cas  $a = 2$ . On prendra 3cm comme unité graphique.
- b) Donner une équation de la droite  $d$ .
- c) Déterminer les coordonnées des points  $P$  et  $Q$ .
- d) Montrer que les aires des triangles  $OAN$  et  $OPQ$  ne dépendent pas de  $a$ , et que l'aire du triangle  $OPQ$  est le quadruple de l'aire du triangle  $OAN$ .