

Devoir de mathématiques

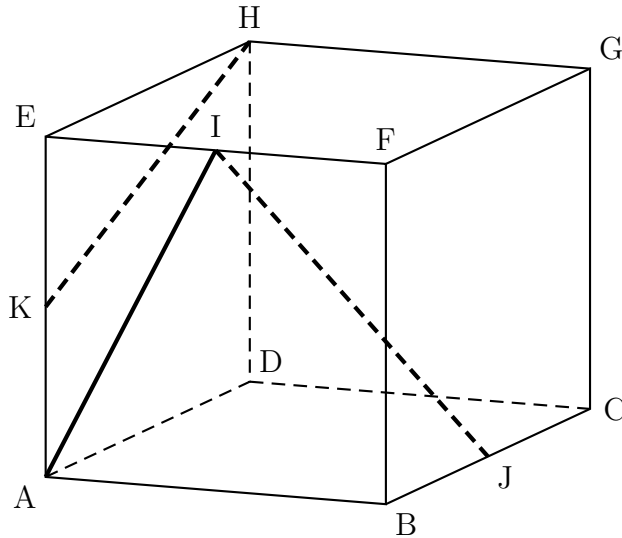
Exercice 1 Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par l'expression $g(x) = -2e^{-3x+4}$. Étudier la convexité de g sur \mathbb{R} .

Exercice 2 Soit C_g la courbe représentative dans un repère de la fonction g définie sur $] -\infty; 4]$ par :

$$g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$$

1. Déterminer la limite de g en $-\infty$.
2. Étudier les variations de la fonction g sur $] -\infty; 4]$.
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C_g au point d'abscisse 1.
4. Étudier la convexité de g et montrer que la courbe C_g présente un point d'inflexion dont on donnera les coordonnées.
5. Dédurre des questions précédentes le signe de h définie sur $] -\infty; 4]$ par $h(x) = g(x) - (3x - 2)$.

Exercice 3 On considère un cube ABCDEFGH. Le point I est le milieu du segment [EF], le point J est le milieu du segment [BC] et le point K est le milieu du segment [AE].



1. Les droites (AI) et (KH) sont-elles parallèles? Justifier votre réponse,

Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

On considère le plan \mathcal{P} d'équation $x + 3y - 2z + 2 = 0$ ainsi que les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 8 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 + t \\ z = 8 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles? Justifier votre réponse.
3. Montrer que la droite d_2 est parallèle au plan \mathcal{P} .
4. Montrer que le point $L(4; 0; 3)$ est le projeté orthogonal du point $M(5; 3; 1)$ sur le plan \mathcal{P} .