

Devoir maison de mathématiques

Exercice 1 Dresser le tableau de variation de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x + 1}$

Exercice 2 f est la fonction définie sur \mathbb{R} par l'expression : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$.
Dresser le tableau de variation de f . Préciser les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

Exercice 3

On considère la fonction numérique f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}$$

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Déterminer le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$. (Les limites aux bornes ne sont pas demandées)
2. Calculer u_1 et u_2 .
3. a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $1 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 4$.
b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
c) On appelle L la limite de la suite (u_n) . Déterminer la valeur de L .
4. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

- a) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique dont vous donnerez le premier terme et la raison.
- b) En déduire, pour tout entier naturel n , l'expression de v_n en fonction de n .
- c) Calculer la limite de la suite (v_n) .
- d) Puis retrouver par le calcul la limite de la suite (u_n) .