Devoir de mathématiques

Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7x + 145$.
Étudier la convexité de le fonction f. Préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion.

Exercice 2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$

1. Étudier le sens de variation de f.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $[0; +\infty[$, et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice 3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x+1}$, et la droite d d'équation $y = -2x + 2$.
On cherche à déterminer la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de f et de la droite d.

1. On note φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = e^{-2x+1} + 2x - 2$.
   a) Montrer que la fonction φ est convexe sur $\mathbb{R}$.
   b) Donner une équation de la tangente à la courbe de φ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
2. En utilisant les résultats précédents, donner le signe de $\varphi(x)$.
3. Dresser le tableau de variation de φ, puis retrouver le résultat de la question précédente.
4. Conclure.

Devoir de mathématiques

Exercice 1 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7x + 145$.
Étudier la convexité de le fonction f. Préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion.

Exercice 2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$

1. Étudier le sens de variation de f.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $[0; +\infty[$, et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice 3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x+1}$, et la droite d d'équation $y = -2x + 2$.
On cherche à déterminer la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de f et de la droite d.

1. On note φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = e^{-2x+1} + 2x - 2$.
   a) Montrer que la fonction φ est convexe sur $\mathbb{R}$.
   b) Donner une équation de la tangente à la courbe de φ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
2. En utilisant les résultats précédents, donner le signe de $\varphi(x)$.
3. Dresser le tableau de variation de φ, puis retrouver le résultat de la question précédente.
4. Conclure.