

Devoir de mathématiques

Exercice 1 Calculer la dérivée de la fonction définie par l'expression : $f(x) = xe^{2x}$

Exercice 2 Calculer les limites : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 - 5)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 3x^2 - 2$

Exercice 3 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier n , par $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + n) + 1$.

a) Calculer les premiers termes u_1 et u_2 . Donner les résultats sous forme fractionnaire.

b) Montrer que, pour tout entier $n \geq 2$, on a $u_n > n$.

c) Déterminer la limite de (u_n) .

Exercice 4 On définit la suite (u_n) par $u_0 = 0,3$ et, pour tout entier n , par $u_{n+1} = 1,8u_n(1 - u_n)$.

a. Etudier les variations de la fonction $f : x \mapsto 1,8x(1 - x)$ sur $[0; 1]$ et montrer que $f\left(\frac{1}{2}\right) \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.

b. Démontrer par récurrence que, pour tout entier n , $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$.

c. En déduire que la suite (u_n) converge.

d. Déterminer la limite de la suite (u_n) .