

DM de Noël

Logique, raisonnement & démonstration

Exercice 1 Sachant que chacune des assertions suivantes est vraie :

- ① Si le malfaiteur n'est pas venu en voiture alors le témoin s'est trompé.
- ② Si le malfaiteur a un complice, alors il est venu en voiture.
- ③ Soit le malfaiteur n'avait pas de complice et n'avait pas la clé soit le malfaiteur avait un complice et avait la clé.

Préciser parmi les conclusions suivantes, de (A) à (E) celles qui sont vraies ou fausses (ou autre), en justifiant précisément.

Si le malfaiteur avait la clé alors nécessairement :	Si le malfaiteur n'avait pas la clé alors nécessairement :
(A) le malfaiteur est venu en voiture ;	(C) le malfaiteur n'avait pas de complice ;
(B) le témoin s'est trompé.	(D) le malfaiteur n'est pas venu en voiture ;
	(E) le témoin s'est trompé.

Exercice 2 On dispose de 3 lettres : P, I et O. On appelle *proposition* toute combinaison (ou chaîne) formée avec ces lettres. Par exemple, PIO, POI, PIPO ou encore POIOIOIII sont des propositions.

Bien sûr, toutes les propositions ne sont pas forcément vraies . . .

Bien sûr aussi, l'ordre des lettres dans une proposition compte.

Pour former (c'est-à-dire démontrer) une proposition, on a à notre disposition :

un axiome : **PI** (*un axiome est une proposition admise comme vraie*)

et **quatre règles** :

- (1) si une chaîne se termine par I, on peut lui ajouter un O en fin.
Par exemple, PIOOI donne PIOOIO.
- (2) d'une chaîne de type Px (où x est une chaîne quelconque), on peut faire une chaîne Pxx.
Par exemple, POP donne POPOP, et PIOOI donne PIOOIIIOOI.
- (3) si, dans une chaîne, on trouve trois I de suite, on a le droit de les remplacer par un O.
Par exemple, POIIIIOI donne POOOI, et OPIIIPO donne OPOPO.
- (4) si, dans une chaîne, on trouve deux O de suite, on a le droit de les abandonner.
Par exemple, IOOO donne IO.

Pouvez-vous (dé)montrer (dans n'importe quel ordre) :

- La proposition PIPO.
- Le corollaire (5) : si dans une chaîne on a six I de suite, on peut les abandonner.
- Le corollaire (6) : on peut abandonner les trois derniers I d'une chaîne.
- La proposition PIOIOIOI.
- La proposition PIOIOIO.
- La proposition PO.

DM de Noël

Logique, raisonnement & démonstration

Exercice 1 Sachant que chacune des assertions suivantes est vraie :

- ① Si le malfaiteur n'est pas venu en voiture alors le témoin s'est trompé.
- ② Si le malfaiteur a un complice, alors il est venu en voiture.
- ③ Soit le malfaiteur n'avait pas de complice et n'avait pas la clé soit le malfaiteur avait un complice et avait la clé.

Préciser parmi les conclusions suivantes, de (A) à (E) celles qui sont vraies ou fausses (ou autre), en justifiant précisément.

Si le malfaiteur avait la clé alors nécessairement :	Si le malfaiteur n'avait pas la clé alors nécessairement :
(A) le malfaiteur est venu en voiture ;	(C) le malfaiteur n'avait pas de complice ;
(B) le témoin s'est trompé.	(D) le malfaiteur n'est pas venu en voiture ;
	(E) le témoin s'est trompé.

Exercice 2 On dispose de 3 lettres : P, I et O. On appelle *proposition* toute combinaison (ou chaîne) formée avec ces lettres. Par exemple, PIO, POI, PIPO ou encore POIOIOIII sont des propositions.

Bien sûr, toutes les propositions ne sont pas forcément vraies . . .

Bien sûr aussi, l'ordre des lettres dans une proposition compte.

Pour former (c'est-à-dire démontrer) une proposition, on a à notre disposition :

un axiome : **PI** (*un axiome est une proposition admise comme vraie*)

et **quatre règles** :

- (1) si une chaîne se termine par I, on peut lui ajouter un O en fin.
Par exemple, PIOOI donne PIOOIO.
- (2) d'une chaîne de type Px (où x est une chaîne quelconque), on peut faire une chaîne Pxx.
Par exemple, POP donne POPOP, et PIOOI donne PIOOIIIOOI.
- (3) si, dans une chaîne, on trouve trois I de suite, on a le droit de les remplacer par un O.
Par exemple, POIIIIOI donne POOOI, et OPIIIPO donne OPOPO.
- (4) si, dans une chaîne, on trouve deux O de suite, on a le droit de les abandonner.
Par exemple, IOOO donne IO.

Pouvez-vous (dé)montrer (dans n'importe quel ordre) :

- La proposition PIPO.
- Le corollaire (5) : si dans une chaîne on a six I de suite, on peut les abandonner.
- Le corollaire (6) : on peut abandonner les trois derniers I d'une chaîne.
- La proposition PIOIOIOI.
- La proposition PIOIOIO.
- La proposition PO.