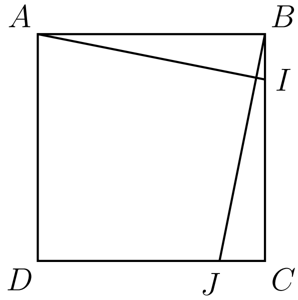
Devoir maison de mathématiques

Géométrie plane vectorielle et analytique



Exercice 1 Soit $ABCD$ un carré, et I et J les points tels que $\overrightarrow{BI} = \dfrac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = \dfrac{1}{5}\overrightarrow{CD}$.

Donner dans le repère orthonormal $(D; \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA})$ les coordonnées de tous les points de la figure.
Démontrer alors que les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont orthogonaux.

Exercice 2 Dans un RON, on considère les points $A(1;1)$, $B(-1;2)$ et $C(-3;0)$.
Donner une valeur de $\widehat{ABC}$ à $0,1$ degré près.

Exercice 3 ABC est un triangle tel que $A(3;-2)$, $B(0;-1)$ et $C(1;3)$.

a) Déterminer une équation de la médiatrice du segment $[AB]$.

b) Déterminer une équation de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

Exercice 4 Dans un RON, on considère les points $A(-3;0)$, $B(3;-1)$ et $C(1;5)$.

a) Déterminer une équation de la droite d_1 perpendiculaire à (AB) et passant par C.

b) Déterminer une équation de la droite d_2 parallèle à (AB) et passant par C.

Exercice 5 Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(2;-1)$ et $B(1;3)$, et la droite D d'équation $x + y + 1 = 0$.

1. Déterminer l'équation de la médiatrice T de $[AB]$.
2. Représenter sur une figure les droites D et T.
3. Calculer les coordonnées du point I, intersection des droites D et T.
4. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).

Analyse

Exercice 6 Montrer que, pour tout réel $x \geqslant 2$, $x^3 \geqslant -5x + 18$.

Exercice 7 Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$ et $g(x) = e^{-x}$.
On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f et $\mathcal{C}_g$ celle de g dans un repère orthonormé du plan.

Pour tout réel a, on note M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse a et N le point de $\mathcal{C}_g$ d'abscisse a.
La tangente en M à $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en P, la tangente en N à $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses en Q,

a) Faire une figure représentant la situation. Que vaut la longueur PQ sur cette figure ?

b) Démontrer que la tangente en M à $\mathcal{C}_f$ est perpendiculaire à la tangente en N à $\mathcal{C}_g$.

c) Démontrer que, indépendamment de la valeur du réel a, on a $PQ = 2$.