Devoir maison de mathématiques

Exercice 1 Déterminer une primitive des fonctions : $f(x) = 5x^2 - \dfrac{1}{x^2}$; $g(x) = \dfrac{3}{x}$; $h(x) = \dfrac{x}{x^2+3}$

Exercice 2 On considère l'équation différentielle (E) : $y' = y(10-y)$, avec la condition $y(0) = 1$.
On définit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par l'expression $f(x) = \dfrac{10}{9e^{-10x}+1}$.

1. Montrer que f est solution de l'équation (E).
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$, et interpréter, si possible, graphiquement.
3. Étudier le sens de variation de f.
4. Montrer que, pour tout réel $x \geq 0$, on a $f''(x) = f'(x)\big(10 - 2f(x)\big)$.
   En déduire la convexité de f.
5. Tracer l'allure de la courbe de f en expolitant tous les résultats précédents.

Devoir maison de mathématiques

Exercice 1 Déterminer une primitive des fonctions : $f(x) = 5x^2 - \dfrac{1}{x^2}$; $g(x) = \dfrac{3}{x}$; $h(x) = \dfrac{x}{x^2+3}$

Exercice 2 On considère l'équation différentielle (E) : $y' = y(10-y)$, avec la condition $y(0) = 1$.
On définit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par l'expression $f(x) = \dfrac{10}{9e^{-10x}+1}$.

1. Montrer que f est solution de l'équation (E).
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$, et interpréter, si possible, graphiquement.
3. Étudier le sens de variation de f.
4. Montrer que, pour tout réel $x \geq 0$, on a $f''(x) = f'(x)\big(10 - 2f(x)\big)$.
   En déduire la convexité de f.
5. Tracer l'allure de la courbe de f en expolitant tous les résultats précédents.