

Devoir de mathématiques

Exercice 1 On considère tous les entiers naturels de cinq chiffres que l'on peut écrire au moyen de 5 jetons numérotés 1, 2, 3, 4, 5. Ainsi, le plus petit est 12345 et le plus grand est 54321.

- Combien peut-on former de nombres de cette façon ?
- On décide de trier les nombres obtenus par ordre croissant.
 - Quel est le 50^e ?
 - Quel est le rang du nombre 42513 ?
- Un enfant prend successivement deux jetons au hasard. Quelle est la probabilité que le nombre formé obtenu soit inférieur à 30.

Exercice 2 Une urne contient 10 boules blanches et n boules rouges, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2. On fait tirer à un joueur des boules de l'urne. À chaque tirage, toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées. Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 euros et pour chaque boule rouge tirée, il perd 3 euros.

On désigne par X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique obtenu par le joueur.

Les trois questions de l'exercice sont indépendantes.

- Le joueur tire deux fois successivement et sans remise une boule de l'urne.
 - Démontrer que : $P(X = -1) = \frac{20n}{(n+10)(n+9)}$.
 - Calculer, en fonction de n la probabilité correspondant aux deux autres valeurs prises par la variable X .
 - Vérifier que l'espérance mathématique de la variable aléatoire X vaut :

$$E(X) = \frac{-6n^2 - 14n + 360}{(n+10)(n+9)}.$$

- Déterminer les valeurs de n pour lesquelles l'espérance mathématique est strictement positive.
- Le joueur tire 20 fois successivement et avec remise une boule de l'urne. Les tirages sont indépendants. Déterminer la valeur minimale de l'entier n afin que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge au cours de ces 20 tirages soit strictement supérieure à 0,999.

Exercice 3 En moyenne un élève est absent le jour exact d'un devoir tous les 25 devoirs, en d'autres termes la probabilité qu'un élève soit absent le jour d'un devoir est de 4%.

Dans une matière, il y a six devoirs ce trimestre.

- Quelle est la probabilité qu'un élève soit présent à tous les devoirs du trimestre ?
- Quelle est la probabilité qu'un élève soit absent aux six devoirs du trimestre ?
- Quelle est la probabilité qu'un élève ne soit présent qu'à un seul devoir.