

DM de Noël

Logique, raisonnement & démonstration

Exercice 1 Sachant que chacune des assertions suivantes est vraie :

- ① Si le malfaiteur n'est pas venu en voiture alors le témoin s'est trompé.
- ② Si le malfaiteur a un complice, alors il est venu en voiture.
- ③ Soit le malfaiteur n'avait pas de complice et n'avait pas la clé soit le malfaiteur avait un complice et avait la clé.

Préciser parmi les conclusions suivantes, de (A) à (E) celles qui sont vraies ou fausses (ou autre), en justifiant précisément.

Si le malfaiteur avait la clé alors nécessairement :	Si le malfaiteur n'avait pas la clé alors nécessairement :
(A) le malfaiteur est venu en voiture ;	(C) le malfaiteur n'avait pas de complice ;
(B) le témoin s'est trompé.	(D) le malfaiteur n'est pas venu en voiture ;
	(E) le témoin s'est trompé.

Exercice 2 On dispose de 3 lettres : P, I et O. On appelle *proposition* toute combinaison (ou chaîne) formée avec ces lettres. Par exemple, PIO, POI, PIPO ou encore POIOIOIII sont des propositions.

Bien sûr, toutes les propositions ne sont pas forcément vraies ...

Bien sûr aussi, l'ordre des lettres dans une proposition compte.

Pour former (c'est-à-dire démontrer) une proposition, on a à notre disposition :

un axiome : **PI** (*un axiome est une proposition admise comme vraie*)

et **quatre règles** :

- (1) si une chaîne se termine par I, on peut lui ajouter un O en fin.
Par exemple, PIOOI donne PIOOIO.
- (2) d'une chaîne de type Px (où x est une chaîne quelconque), on peut faire une chaîne Pxx.
Par exemple, POP donne POPOP, et PIOOI donne PIOOIIIOOI.
- (3) si, dans une chaîne, on trouve trois I de suite, on a le droit de les remplacer par un O.
Par exemple, POIIIIOI donne POOOI, et OPIIIPO donne OPOPO.
- (4) si, dans une chaîne, on trouve deux O de suite, on a le droit de les abandonner.
Par exemple, IOOO donne IO.

Pouvez-vous (dé)montrer (dans n'importe quel ordre) :

- La proposition PIPO.
- Le corollaire (5) : si dans une chaîne on a six I de suite, on peut les abandonner.
- Le corollaire (6) : on peut abandonner les trois derniers I d'une chaîne.
- La proposition PIOIOIOI.
- La proposition PIOIOIO.
- La proposition PO.