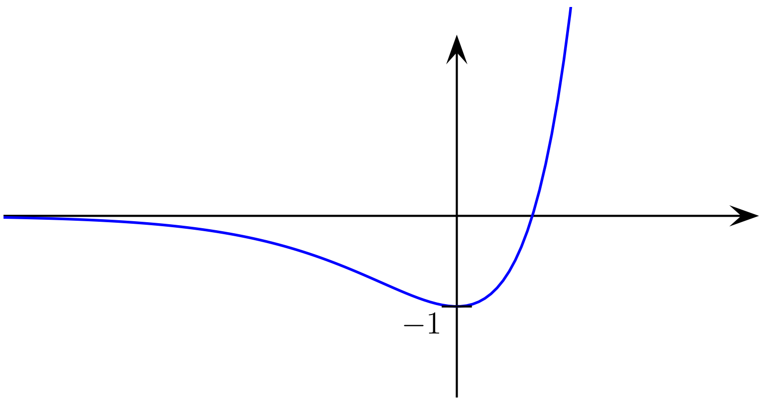
Corrigé

Exercice 1

1. H est une primitive de h signifie exactement que $H' = h$. Il s'agit donc de calculer la dérivée de H.
   On dérive un produit, $H = uv$ avec $u(x) = 2x - 1$ donc $u'(x) = 2$ et $v(x) = e^{2x} = e^w$ donc $v'(x) = w'e^w = 2e^{2x}$.
   On obtient alors
   $$H'(x) = u'v + uv' = 2e^{2x} + (2x-1)2e^{2x} = 4xe^{2x} = h(x)$$
   ce qui montre que H est une primitive de h.
2. Le sens de variation de H est donné par le signe sa dérivée $H' = h$ et on peut alors dresser directement le tableau de variation :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$4x$		$-$	0	$+$	
e^{2x}		$+$	$\vert$	$+$	
$H'(x)$		$-$	0	$+$	
H		$\searrow$	-1	$\nearrow$	



Exercice 2

1. Pour faire un lot, on répète $n = 20$ fois l'expérience aléatoire consistant à tirer au hasard un composant électronique dans la production.
   Chaque tirage est une épreuve de Bernoulli pour laquelle le succès est de tirer un composant défectueux avec la probabilité $p = 0,05$.
   Ses répétitions sont identiques et indépendantes entre elles.
   On en déduit que la variable aléatoire X , comptant le nombre de succès sur ces 20 répétitions, suit la loi binomiale $\mathcal{B}(20; 0,05)$.
2. L'événement "ne contenir aucun composant défectueux" est l'événement "$X = 0$" ; sa probabilité est :
   $$P(X=0) = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \end{pmatrix} p^0(1-p)^{20-0} = 0,95^{20} \simeq 0,3584 \ .$$
   La probabilité qu'il n'y ait aucun composant défectueux dans un lot est environ de $0,36$.
3. $10\,\%$ d'objets dans lot correspondent à $10\,\% \times 20 = 2$ composants défectueux.

La probabilité qu'il y ait strictement moins de 10 % d'objets défectueux est donc de :

$$\begin{aligned} P(X<2) &= P(X=0)+PX(X=1) \\ &\simeq 0,358+\begin{pmatrix} 20 \\ 1 \end{pmatrix} p^1(1-p)^{20-1} \\ &\simeq 0,358+20\times 0,05\times 0,95^{19} \simeq 0,73 \end{aligned}$$

La probabilité qu'il y ait astrictement moins de 10 % de composants défectueux est donc d'environ 0,73.

4. En procédant comme précédemment, avec $n=40$, 10 % des composants correspondant alors à 3 composants,

$$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$

avec :

$$\begin{aligned} P(X=0) &= \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \end{pmatrix} p^0(1-p)^{30-0}=0,95^{30}\simeq 0,21 \\ P(X=1) &= \begin{pmatrix} 30 \\ 1 \end{pmatrix} p^1(1-p)^{29}=30\times 0,05\times 0,95^{29}\simeq 0,34 \\ P(X=2) &= \begin{pmatrix} 30 \\ 2 \end{pmatrix} p^2(1-p)^{28}=435\times 0,05^2\times 0,95^{28}\simeq 0,26 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un lot de composants contiennent strictement moins de 10 % de composants défectueux est donc $P(X<3)\simeq 0,81$.