Corrigé

Exercice 1

a) Soit $X = e^x$, alors $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0 \iff X^2 - 2X - 3 = 0$. Cette équation du second degré admet deux solutions réelles $X_1 = -1$ et $X_2 = 3$.

On revient ensuite à l'inconnue x :

— $e^x = X_1 = -1$ n'a pas de solution, une exponentielle étant toujours strictement positive ;

— $e^x = X_2 = 3 \iff x = \ln(3)$.

L'équation $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$ a donc comme unique solution rélle $x = \ln(3)$.

b) On a $f'(x) = 2e^{2x} - 2e^x$.

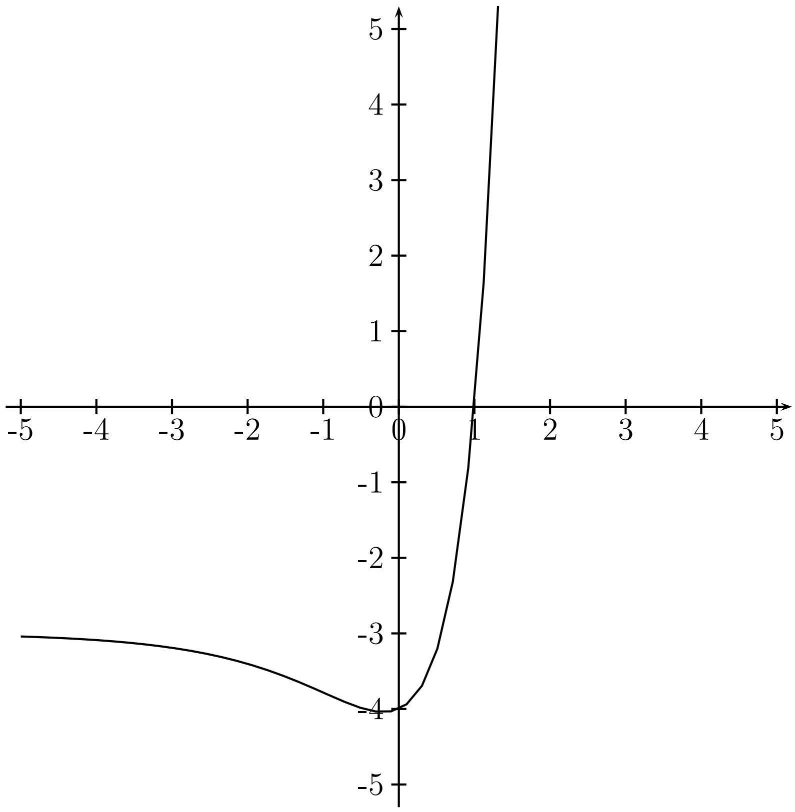
On cherche le signe de cette dérivée, donc à résoudre

$$\begin{aligned} f'(x) > 0 \iff 2e^{2x} - 2e^x > 0 &\iff e^{2x} > e^x \\ &\iff 2x > x \\ &\iff x > 0 \end{aligned}$$

et on a donc

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

et la courbe qui va avec (sur laquelle on n'oublie pas de situer la solution trouvée à la question précédente) :



Exercice 2

1. Il y a 250 cordelettes, dont 30 sont reliées à un gros lot. La probabilité d'en gagner un est donc $p = \dfrac{30}{250} = 0,12$.
2. a) Le joueur répète $n = 3$ fois l'expérience aléatoire consistant à tirer au hasard une cordelette, pour la quelle la probabilité de succès est $p = 0,12$.
   Ses répétitions sont identiques et indépendantes entre elles.
   On en déduit que la variable aléatoire X, comptant le nombre de succès sur ces 3 répétitions, suit la loi binomiale $\mathcal{B}(3; 0,12)$.

   b) L'événement "Gagner 3 petites peluches" est l'événement "$X = 0$", dont la probabilité est donc :
   $$P(X = 0) = \binom{3}{0} \times 0,12^0 \times (1 - 0,12)^3 \simeq 0,68$$

   c) L'événement "Gagner au moins un gros lot" est l'événement "$X \geqslant 1$", dont la probabilité est donc :
   $$P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) \simeq 1 - 0,68 = 0,32$$

   d) L'espérance de X est : $E(X) = np = 3 \times 0,12 = 0,36$: En effectuant 3 tirages, le joueur peut espérer obtenir en moyenne $0,36$ gros lot.