Devoir Surveillé

T^{ale} STG

Exercice 1 Cet exercice est un QCM. Il n'est demandé aucune justification. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0.5 point et l'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

1) On considère la fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 25]$. On note g' la dérivée de la fonction g. La fonction g admet le tableau de variation suivant :

x	0		5		18		25
g'(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	
g	2	↘	-5	↗	12	↘	3

a) La fonction g admet un minimum :

☐ qui vaut -5 pour $x = 0$ ☐ qui vaut -5 pour $x = 5$ ☐ qui vaut 0 pour $x = 5$
☐ qui vaut 12 pour $x = 18$

b) Sur l'intervalle $[0; 25]$ l'équation $g(x) = 1$ admet :

☐ aucune solution ☐ une unique solution ☐ deux solutions ☐ trois solutions

2) Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+4}{x-2}$.

a) La fonction f' est définie sur $]2; +\infty[$ par :

☐ $f'(x) = \dfrac{2}{1}$ ☐ $f'(x) = \dfrac{8}{(x-2)^2}$ ☐ $f'(x) = -\dfrac{8}{(x-2)^2}$ ☐ $f'(x) = \dfrac{4x}{(x-2)^2}$

b) La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 3 est parallèle à la droite d'équation :

☐ $y = 8x$ ☐ $y = x - 8$ ☐ $y = -8x + 2$

Exercice 2 On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 3]$ par :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 4$$

a) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = 6(x+2)(x-1)$

b) Déterminer alors le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f.
Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction f.

Exercice 3

Dans une petite entreprise, la fabrication journalière de x litres d'un certain produit chimique impose un coût de fabrication, en euros, noté $f(x)$.

Ce produit étant revendu au prix de 7,5 euros par litre, le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise, pour la vente de x litres de ce produit est donc le nombre réel $g(x) = 7,5x$.

Partie A

Ci-dessous, on a tracé la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal ; le volume en litres de produit fabriqué est porté en abscisses, et le coût de fabrication en euros est porté en ordonnées.

1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   (a) Quel est le coût de fabrication pour une production journalière de 40 litres ? De 90 litres ?
   (b) Quelle production journalière correspond à un coût de fabrication de 525 euros ?
   (c) Quelle est la production journalière maximale pour que le coût de fabrication n'excède pas 400 euros ?
2. Dans le repère précédent, tracer la droite d'équation $y = 7,5x$ et déterminer graphiquement combien l'entreprise doit fabriquer d'unités pour être bénéficiaire.

Partie B

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0, 100]$ par la relation $f(x) = 0,0625x^2 + 1,25x + 100$.

1. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0, 100]$,
$$g(x) - f(x) = 56,25 - 0,0625(x - 50)^2$$
2. En déduire le bénéfice maximal que l'entreprise peut réaliser, en précisant la production journalière correspondante.