Corrigé

Exercice 1 Soit $X = e^x$, alors $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0 \iff X^2 - 2X - 3 = 0$. Cette équation du second degré admet deux solutions réelles $X_1 = -1$ et $X_2 = 3$.
On revient ensuite à l'inconnue x :
- $e^x = X_1 = -1$ n'a pas de solution, une exponentielle étant toujours strictement positive ;
- $e^x = X_2 = 3 \iff x = \ln(3)$.

L'équation $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$ a donc comme unique solution rélle $x = \ln(3)$.

Exercice 2

a) $x_M + y_M + z_M - 3 = 2 - 3 + 1 - 3 = -3 \neq 0$ donc $M \notin P$.

b) $\vec{n}(1;1;1)$ est un vecteur normal de P, la droite D passant par M et orthogonale à P admet donc comme représentatation paramétrique : $\begin{cases} x &= 2+t \\ y &= -3+t \\ z &= 1+t \end{cases}$

c) Comme $H \in D$, il existe un réel t tel que H ait pour coordonnées $\begin{cases} x &= 2+t \\ y &= -3+t \\ z &= 1+t \end{cases}$

Comme de plus $H \in P$, ses coordonnées vérifient l'équation de P donc $x+y+z-3 = 2+t-3+t+1+t-3 = 0$, soit $3t - 3 = 0$ et donc $t = 1$.

On a ainsi $H(3;-2;2)$.

d) La distance du point M au plan P est HM. Comme $\overrightarrow{HM}(-1;-1;-1)$, on a donc $HM = \sqrt{3}$.