

Oral de mathématiques

- L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
 - La qualité des raisonnements, de l'expression, et la précision des justifications prendront une part importante dans l'appréciation de l'interrogation orale.
 - Il s'agit d'une épreuve orale : il n'est pas indispensable de rédiger sur votre feuille l'ensemble des réponses, des calculs, du raisonnement... Par contre vous devez être en mesure d'apporter toutes les justifications nécessaires et demandées lors de l'interrogation orale.
 - Même si la réponse à une question n'est pas complète, ou ne semble pas permettre d'aboutir et de conclure au résultat souhaité, l'exposé de la démarche et du raisonnement sera pris en compte, en particulier d'éventuelles critiques sur les méthode ou calculs qui ont été essayés.
-

Exercice 1

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par l'expression $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$.

1. Calculer l'intégrale $J_n = \int_0^1 e^{nx} dx$.
2. Calculer I_1 .
3. Déterminer le sens de variation de la suite (I_n) .
4. Montrer que pour tout réel $x \in [0; 1]$, $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{1+e^x} \leq \frac{1}{2}$.
5. En déduire un encadrement de I_n puis la limite de la suite (I_n) .

Exercice 2 Soit le nombre complexe $z = 1 + i\sqrt{3}$. Calculer z^6 .