Oral de mathématiques

- *L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.*
- *La qualité des raisonnements, de l'expression, et la précision des justifications prendront une part importante dans l'appréciation de l'interrogation orale.*
- *Il s'agit d'une épreuve orale : il n'est pas indispensable de rédiger sur votre feuille l'ensemble des réponses, des calculs, du raisonnement... Par contre vous devez être en mesure d'apporter toutes les justifications nécessaires et demandées lors de l'interrogation orale.*
- *Même si la réponse à une question n'est pas complète, ou ne semble pas permettre d'aboutir et de conclure au résultat souhaité, l'exposé de la démarche et du raisonnement sera pris en compte, en particulier d'éventuelles critiques sur les méthode ou calculs qui ont été essayés.*

Exercice 1 Soit F la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=\displaystyle\int_0^x \frac{e^t}{t}dt$.

1. Déterminer le sens de variation de F.
2. Prouver que, pour tout $t>0$, $\dfrac{e^t}{t}>\dfrac{1}{t}$.
   En déduire, pour $x\geqslant 1$, le signe de $\varphi(x)=F(x)-\ln(x)$.
3. Déduire de cette étude le comportement de F en $+\infty$.

Exercice 2 On considère la suite (u_n) définie par $u_0=2$ et, pour tout entier n, $u_{n+1}=\sqrt{10u_n}$.
On note f la fonction définie par l'expression $f: x\mapsto\sqrt{10x}$.

1. Tracer à l'aide de la calculatrice l'allure de la courbe représentative de la fonction f et construire sur l'axe des abscisses les premiers termes u_1, u_2, ...de la suite (u_n).
   Quelles conjectures peut-on faire ?
2. On pose $v_n=\ln(u_n)-\ln(10)$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
   En déduire les expressions de v_n, puis de u_n en fonction de n.
3. En déduire la limite de la suite (u_n).