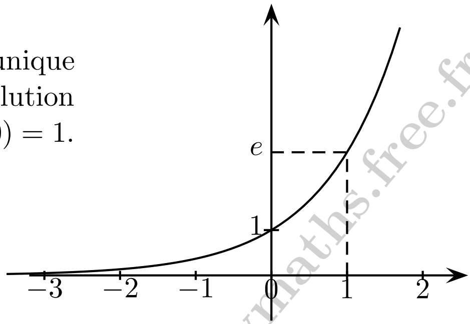
Fonction exponentielle

La fonction exponentielle est l'unique fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation $f' = f$ et telle que $f(0) = 1$.

On la note $x \mapsto \exp(x) = e^x$.

x	$-\infty$	$+\infty$
exp	0 $\nearrow$	$+\infty$



Règles de calcul Ce sont les règles usuelles de calcul sur les puissances :

$e^0 = 1$, $e^1 = e \simeq 2,718$

$$e^{a+b} = e^a\,e^b\ ,\quad e^{-a} = \frac{1}{e^a}\ ,\quad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}\ ,\quad \left(e^a\right)^b = e^{a\,b}$$

Dérivée $\exp' = \exp$ et pour toute fonction u dérivable $(e^u)' = u'\,e^u$

Limites • $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$, donc la droite d'équation $y = 0$ (l'axe des ordonnées) est une asymptote en $-\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

• Croissances comparées : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$

• Taux d'accroissement en 0 : $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$.

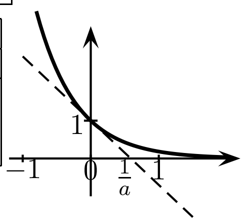
Le logarithme et l'exponentielle sont des fonctions réciproques :

• Pour tous x et y, $x > 0$, $e^{\ln(x)} = x$, $\ln\left(e^y\right) = y$ et $y = \ln(x) \iff e^y = x$

Composition avec l'exponentielle : $f = e^u$, donc $f' = u'e^u$

$a > 0$, $\boxed{f(x) = e^{-ax}}$, $f'(x) = -ae^{-ax}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
f	$+\infty$ $\searrow$	0



$\boxed{f(x) = e^{-x^2}}$, $f'(x) = -2xe^{-x^2}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-2x$	$+$	0	$-$
e^{-x^2}	$+$	$\vert$	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
f	0 $\nearrow$	1	$\searrow$ 0