Réviser, approfondir son année de terminale

et préparer son entrée en prépa (et/ou ailleurs aussi)

6 Fonctions

basiques fonctions à étudier
/Lycee/Exercices-Corriges-Derivees-Etude-de-fonctions/

Exercice 19 Soit λ un nombre réel strictement positif et f_λ la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par

$$f_\lambda(x) = \frac{\lambda x^2}{2} - \ln(x)$$

Déterminer le minimum de cette fonction.

Exercice 20 **Fonctions hyperboliques**
Les fonctions ch (cosinus hyperbolique) et sh (sinus hyperbolique) sont définies par

$$ch(x) = \frac{e^x + e^x}{2}$$

et

$$sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

1. Étudier ces deux fonctions, variations et limites, et tracer leur courbe.
2. Calculer, pour x réel, $ch^2(x) - sh^2(x)$

Remarque : Ces fonctions sont nommées ainsi par analogie avec les fonctions trigonométriques et leurs expressions complexes (formule d'Euler) :

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

et

$$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

pour lesquelles on calcule aussi (à faire avec les formules précédentes!) l'identité analogue

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

Exercice 21 Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 + \ln(x)$.

1. Dresser le tableau de variation de g. Préciser les limites.
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α.
   Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
3. Soit f la fonction définie $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 + (\ln(x))^2$.
   Montrer que f admet un minimum en $x = \alpha$.