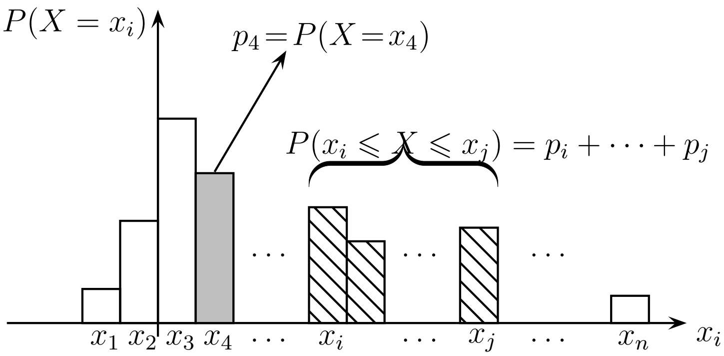
# Variables aléatoires discrètes et continues

Loi de probabilité $P$ de la v.a. $X$

| $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\dots$ | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i = \text{Prob}(X = x_i)$ | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$ | $\dots$ | $p_n$ |

- pour tout $1 \leqslant i \leqslant n, \quad p_i \geqslant 0$
- $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$




- Espérance : $E(X) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i\, p_i$
- Variance : $V(X) = E\Big((X - E(X)^2\Big) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} (x - E(X))^2\ p_i$
- Ecart type : $\sigma = \sqrt{V(X)}$

Probabilités cumulées croissantes

$$P(X \leqslant x_i) = \sum_{k=1}^{i} p_k$$

| $x_i$ | | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\dots$ | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | | $p_1$ | $p_2$ | $p_3$ | $\dots$ | $p_n$ |
| $P(X \leqslant x_i)$ | $0$ | $p_1$ | $p_1+p_2$ | $p_1+p_2+p_3$ | $\dots$ | $1$ |

Loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ $\quad E(X) = np,\ \sigma(X) = \sqrt{npq}$

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

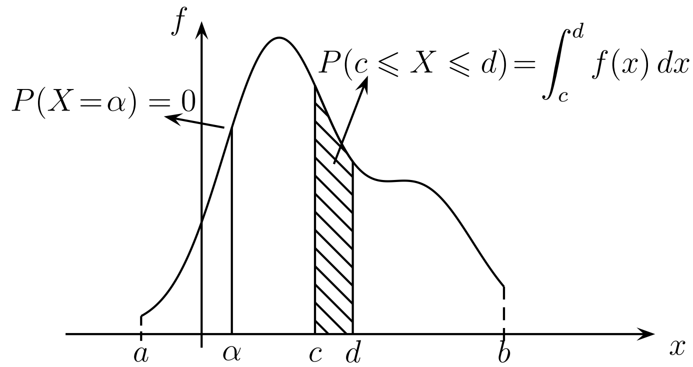
$$P(X \leqslant N) = \sum_{k=1}^{N} P(X = k) = \sum_{k=1}^{N} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P(N_1 \leqslant X \leqslant N_2) = \sum_{k=N_1}^{N_2} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Densité de probabilité $f$ définie sur $[a;b]$

| $x$ | $a$ | | $b$ |
|---|---|---|---|
| $f$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ |

- pour tout $x \in \mathbb{R}, \quad f(x) \geqslant 0$
- $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx = 1$




- Espérance : $E(X) = \displaystyle\int_a^b x\, f(x)\,dx$
- Variance : $V(X) = E\Big((X - E(X)^2\Big) = \displaystyle\int_a^b (x - E(X))^2\ f(x)\,dx$
- Ecart type : $\sigma = \sqrt{V(X)}$

Fonction de répartition $\quad F(x) = P(X \leqslant x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,dt$

| $x$ | $a$ | | $b$ |
|---|---|---|---|
| $f$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ |
| $F$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ |

Loi normale $\mathcal{N}(m,\sigma)$ $\quad E(X) = m,\ \sigma(X) = \sigma$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \text{ sur } \mathbb{R}, \quad P(X = a) = 0$$

Loi $\mathcal{N}(0;1)$ : $\quad P(X \leqslant a) = \displaystyle\int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx = \Pi(a)$

$$P(a < X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\,dx = \Pi(b) - \Pi(a)$$