Lois normales - Exercices

$T^{\text{ale}}S$

Exercice 1 Soit X une v.a. suivant la loi $\mathcal{N}(0;1)$.

Calculer, à l'aide de la table des valeurs de Π et de la calculatrice, les probabilités :

a) $p_1 = P(X \leqslant 0,43)$ b) $p_2 = P(X \leqslant 1,38)$ c) $p_3 = P(0,43 \leqslant X \leqslant 1,38)$

d) $p_4 = P(X \leqslant -0,96)$ e) $p_5 = P(-1,1 \leqslant X \leqslant 2,57)$ f) $p_6 = P(-1,5 \leqslant X \leqslant 1,5)$

g) $p_7 = P(-1 \leqslant X \leqslant 1)$ h) $p_8 = P(-1,96 \leqslant X \leqslant 1,96)$ i) $p_8 9 P(0 \leqslant X \leqslant 1,96)$

Exercice 2 Soit $\alpha = 0,05$ et X une v.a. suivant la loi $\mathcal{N}(0;1)$.

Déterminer le nombre v_α telle que : $P(X \leqslant v_\alpha) = 1 - \alpha$.

Exercice 3 Soit X une v.a. qui suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$.

Déterminer, à l'aide de la table de valeurs de Π et de la calculatrice, les valeurs de u et v telles que :

a) $P(-u \leqslant X \leqslant u) = 0,95$ b) $P(-u \leqslant X \leqslant u) = 0,99$

Exercice 4 On lance 3600 fois un dé équilibré. On souhaite évaluer la probabilité que le nombre d'apparition du 6 soit compris strictement entre 575 et 650.

On note X la v.a. égale au nombre d'apparitions du 6 lors de ces 3600 lancers.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Justifier.
2. Appliquer, en justifiant son utilisation, le théorème de Moivre-Laplace à la v.a. X.
3. En déduire une valeur approchée de la probabilité recherchée.

Exercice 5 Soit X une v.a. suivant la loi $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$ avec $\mu = 80$ et $\sigma = 5$.

Calculer les porbabilités $P(X \leqslant 84)$, $P(X \leqslant 76)$ et $P(75 \leqslant X \leqslant 85)$ à l'aide de la calculatrice, puis à l'aide de la table des valeurs de $\Pi(x)$.

Exercice 6 Une usine de composants électroniques fabrique des résistances. En mesurant un grand échantillon de ces composants, on constate que la résistance nominale, exprimée en ohms, de chaque composant tiré au hasard est une variable aléatoire X de loi normale $\mathcal{N}(1000;100)$.

Pour cet exercice, on utilisera uniquement les trois résultats suivants pour une variable U suivant la loi $\mathcal{N}(0;1)$: $P(-1,96 \leqslant U \leqslant 1,96) = 0,95$, $P(-1,64 \leqslant U \leqslant 1,64) = 0,9$, $P(U \leqslant 1) = 0,84$.

Vrai ou Faux ?

1. La probabilité que la résistance d'un composant tiré au hasard soit comprise entre 980 Ω et 1020 Ω est supérieure à 0,95.
2. La probabilité que la résistance d'un composant soit comprise entre 991 Ω et 1009 Ω est supérieure à 0,9.
3. La probabilité que la résistance d'un composant soit supérieure à 983,6 Ω est supérieure à 0,97.
4. La probabilité que la résistance d'un composant soit comprise entre 990 Ω et 1010 Ω est égale à 0,84.
5. La probabilité que la résistance d'un composant soit comprise entre 983,6 Ω et 1019,6 Ω est égale à 0,925.

Exercice 7 Soit X une v.a. suivant la loi $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$. On sait de plus que l'écart-type de X vaut $0,1$ et que $P(X \leqslant 0) = 0,5478$. Quelle est l'espérance de X ?

Exercice 8 La durée de vie d'une clé USB, exprimée en mois, est modélisée par une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne et d'écart-type inconnus. Selon le fabricant, 75 % des clés produites ont une durée de vie comprise entre 15 et 25 mois. La garantie s'applique sur cette période en considérant que 5 % des clés de la production ont une durée de vie inférieure à 15 mois.

1. Déterminer la moyenne et l'écart-type de la loi.
2. Quelle est la probabilité d'avoir un appareil dont la durée de vie soit comprise entre 25 et 30 mois ?