

## Généralités mathématiques

La loi normale est une loi théorique : c'est une idéalisation mathématique qui ne se rencontre jamais exactement dans la nature (pas plus qu'un cercle...). Néanmoins, de nombreuses distributions réellement observées s'en rapprochent de manière assez flagrante en présentant cette forme typique en "cloche".

Un théorème très important en statistique et probabilité, le théorème central limite (hors programme au lycée), montre la place prépondérante que cette loi occupe dans la modélisation de phénomènes naturels.

La loi normale est aussi appelée loi de Gauss, ou loi de Laplace, ou encore de Laplace-Gauss.

Gauss et Laplace trouvèrent tous les deux cette loi, indépendamment l'un de l'autre, et par des approches bien distinctes et différentes :

- Gauss<sup>1</sup> introduisit la loi normale à propos d'un problème d'estimation de paramètres, pour un problème dans un contexte complètement étranger à celui du calcul des probabilités (il s'intéressait alors au mouvement des corps célestes, et son but était de palier, dans une certaine mesure, à l'imprécision des appareils d'observation et de mesure).
- Laplace<sup>2</sup>, quant à lui, était bien dans le cadre du calcul de probabilités telles qu'elles étaient perçues et développées à son époque.

Laplace prolongea les travaux de Moivre sur l'approximation de la loi binomiale.

La loi normale est ainsi vue comme une approximation (une limite plus précisément) d'une expérience modélisée par une loi binomiale (revoir à ce sujet le théorème de Moivre-Laplace qui, lui, est bien dans les programmes actuels de classe de terminale).

## Historique

Au 17<sup>ème</sup> siècle, les jeux de hasard, alors très en vogue, ont poussé les mathématiciens à s'intéresser aux calculs de probabilités. La loi normale est une loi de probabilité qui a aussi son origine dans ce contexte.

Chronologiquement, les étapes marquantes de l'essor de la loi normale sont :

- Abraham de Moivre (1667-1754) démontre en 1733 que la loi normale est la limite de la loi binomiale pour  $n$  infiniment grand et  $p = q = \frac{1}{2}$ .
- Pierre-Simon de Laplace (1749-1827) généralise en 1772 le résultat de de Moivre pour  $p \neq q \neq \frac{1}{2}$ , c'est-à-dire pour toutes les lois binomiales.
- Carl Friederich Gauss (1777-1855) parvient au même résultat que de Laplace en s'intéressant à la distribution des erreurs touchant les observations astronomiques.
- Adolphe Quételet (1796-1874), astronome belge a été le premier à appliquer cette distribution à des données sociales et biologiques. Il a rassemblé les mesures du tour de poitrine de soldats écossais et du tour de taille de soldats français, et a constaté que les deux ensembles de mesures présentaient une distribution approximativement normale. Quételet interprétait la moyenne ces distributions "normales" comme l'idéal à atteindre par la nature, et les observations situées de part et d'autre de cette moyenne comme des erreurs par

---

1. Gauss (1777-1855) est un mathématicien, astronome et physicien allemand.

Surnommé « le prince des mathématiciens », il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.

2. Laplace (1749-1827) est un mathématicien, astronome et physicien français.

Laplace est l'un des principaux scientifiques de la période napoléonienne ; il a apporté des contributions fondamentales dans différents champs des mathématiques, de l'astronomie et de la théorie des probabilités ; il a été l'un des scientifiques les plus influents de son temps, notamment par son affirmation du déterminisme ;

En 1799 il est nommé ministre de l'Intérieur sous le Consulat. Napoléon Ier, en 1808 lui confère le titre de comte de l'Empire. Il est nommé marquis en 1817, après la restauration des Bourbons.

ne lui a pas survécu.

- Francis Galton (1822-1911) affirme quant à lui l'omniprésence de la loi normale dans la nature, physique comme biologique. C'est par ailleurs lui qui a donné à la distribution normale un rôle central dans la théorie sur les facultés mentales. Galton (cousin de Darwin) voulait justifier la transmission des capacités intellectuelles par l'hérédité pour permettre l'amélioration de l'espèce humaine (il est par ailleurs considéré comme le fondateur de l'eugénisme).
- Jacques Hadamard (1865-1963) démontre (Faculté des Sciences de Paris, 1926) la possibilité et la nécessité, en s'appuyant sur la loi normale, de gérer scientifiquement la qualité de la production industrielle.  
C'est le début de l'étude statistique des systèmes de production.
- Emile Borel (1877-1956), mathématicien français, donna une généralisation des conditions de réalisation d'une distribution normale : Lorsque la réalisation d'une variable quantitative  $X$  est sous la dépendance d'une cause prépondérante constante, et d'un ensemble de causes perturbatrices secondaires nombreuses et indépendantes, et dont les effets sont additifs, petits, symétriques et aléatoires, la distribution de cette variable tend vers la loi normale et l'approximation est d'autant meilleure que le nombre de causes secondaires est grand.

De nos jours, on estime que les variables qui suivent la loi normale sont vraisemblablement beaucoup moins nombreuses que ce que l'enthousiasme de Galton avait pu suggérer.

Les séries statistiques expérimentales qui se rapprochent le plus de la loi normale concernent des variables (poids, dimensions...) observées dans l'industrie pour les fabrications en grande série.

En biométrie, un certain nombre de variables quantitatives se distribuent selon la loi normale : taille, poids, rythme cardiaque, périmètre crânien, diamètre des hématies...

La généralisation de Borel s'applique ici très bien à l'observation des données biologique ou médical : la taille, par exemple, dépend de très nombreux facteurs, les uns héréditaires, les autres dus au milieu (alimentation, mode de vie, conditions de chauffage des habitations, etc...), chacun de ces facteurs agissant indépendamment et pour une petite part.