

Définition: Réaliser une **simulation** d'un problème, c'est remplacer ce problème par un problème équivalent.

Par exemple, on peut simuler l'expérience aléatoire consistant à lancer une pièce par le tirage aléatoire d'un nombre, en convenant qu'obtenir un "0" équivaut à "Pile" et obtenir un "1" équivaut à "Face".

Dans le cas où cette simulation se fait sur un ordinateur, on parle alors de **simulation numérique**, ou **simulation informatique**.

Simulation numérique du lancer d'un dé

On lance un dé cubique plusieurs successivement fois et on note le nombre d'obtention du chiffre 5.

1. On lance ce dé 12 fois. Combien de fois peut on s'attendre à obtenir ce chiffre ? Quelle est la fréquence (ou proportion) correspondante ?
2. Mêmes questions si on lance ce dé 100 fois puis 1000 fois.

Tout système programmable permet de tirer un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 (fonction **rand** ou **random** sur une calculatrice).

On peut utiliser cette fonction pour simuler l'expérience consistant à lancer un dé et à noter le chiffre obtenu sur la face supérieure. On peut alors de plus tirer parti des grandes, et rapides, capacités de calcul d'un ordinateur pour effectuer cette expérience un grand nombre de fois.

A l'aide d'un tableur

1. Indiquer le titre de la 1^{ère} colonne dans la cellule A1, et le chiffre 1 dans la cellule A2, puis la formule `=A2+1` dans la cellule A3. En tirant la cellule A3 vers le bas (petit rectangle en bas à droite de la cellule), la formule est recopiée facilement dans toutes les cellules souhaitées de la colonne. Recopier ainsi la formule jusqu'à la cellule A11.

	A	B	C
1	Numéro du Lancer		
2	1		
3	2		
4			

2. La 2^{ème} colonne va contenir les résultats de chaque lancer et va donc utiliser la fonction **ALEA()** du tableur générant un nombre (réel) aléatoirement entre 0 et 1.

Dans la cellule B2, entrer la formule `=ENT(6*ALEA()+1)`, puis la tirer vers le bas de la colonne jusqu'à la cellule B11.

	A	B	C
1	Numéro du Lancer	Tirage	
2	1	3	
3	2		
4	3		

La touche F9 oblige l'ordinateur à recalculer toutes les valeurs, et en particulier, toutes les valeurs aléatoires utilisées sont aussi changées aléatoirement. On peut ainsi observer facilement et rapidement un grand nombre de résultats.

3. On utilise la 3^{ème} colonne pour indiquer si le résultat du lancer est un 5 (valeur 1) ou non (valeur 0), en entrant dans la cellule C2 la formule `=SI(B2=5;1;0)`

Cette formule signifie que le nombre de la cellule C2 vaut :

- 1 si le nombre de la cellule B2 est égal à 5
- 0 sinon.

Tirer ensuite cette formule jusqu'à la cellule C11.

	A	B	C
1	Numéro du Lancer	Tirage	Obtention du 5
2	1	3	0
3	2	5	
4	3	5	

4. Il s'agit maintenant de compter le nombre de 5 obtenus. Pour cela, avec la démarche précédente, il suffit de compter le nombre de 1 de la colonne C, c'est-à-dire d'ajouter les chiffres de cette colonne.

On entre pour cela dans la cellule D2 la formule =SOMME(C\$2:C2), puis on tire cette formule jusqu'à la cellule D11.

	A	B	C	D
1	Numéro du Lancer	Tirage	Obtention du 5	Nombre de 5 obtenus
2	1	4	0	0
3	2	3	0	
4	3	1	0	

5. Enfin, on peut calculer la fréquence (ou proportion) du nombre de 5 obtenus, qui est le nombre de 5 obtenus divisé par le nombre total de lancers.

On entre pour cela dans la cellule E2 la formule =D2/A2, que l'on tire ensuite vers le bas de la colonne.

	A	B	C	D	E
1	Numéro du Lancer	Tirage	Obtention du 5	Nombre de 5 obtenus	Fréquence d'obtention du 5
2	1	1	0	0	0,000
3	2	5	1	1	
4	3	1	0	1	

(Modifier éventuellement l'affichage des nombres, en sélectionnant la colonne, puis "format", "format des cellules" et enfin l'onglet "nombres")

6. A l'aide de cette simulation (en "tirant" les formules entrées dans chaque colonne vers le bas), quelle proportion de chiffre 5 obtient-on pour 100 lancers du dé? pour 1000 lancers? pour 5000 lancers? Vers quelle proportion se rapproche cette proportion lorsqu'on augmente le nombre de lancers?

A l'aide d'un algorithme

On utilise trois variables principales :

- N : le nombre total de lancers que l'on va simuler (100 dans l'algorithme ci-contre) ;
- C : une variable dont la valeur est initialement nulle et à laquelle, à chaque lancer, on ajoutera 1 si un 5 est obtenu. C est donc un *compteur* du nombre de 5 obtenus.
- D : une variable dont la valeur sera un chiffre aléatoire entre 1 et 6.

```

100 → N
0 → C
Pour I de 1 à N
    "Nombre aléatoire entre 1 et 6" → D
    Si D=5
        C+1 → C
    Fin Si
Fin Pour
Afficher "Nombre de 5 obtenus= ", C

```

Modifier cet algorithme pour qu'il affiche la fréquence (ou proportion) globale du nombre de 5 obtenus.

Programmer cet algorithme sur calculatrice.

Simulation numérique du lancer de deux dés

On considère cette fois l'expérience suivante : on lance simultanément deux dés cubiques non pipés, et on note la somme des chiffres obtenus sur chaque dé. On cherche à estimer les chances d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 10.

1. **A l'aide d'une simulation.** Simuler cette expérience à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme (ou les deux). Quelle proportion de nombres supérieurs ou égaux à 10 observe-t-on sur un grand nombre de lancers (100, 1000, 10 000, ...)?
2. **Par le calcul.** Combien de résultats différents peut-on obtenir lorsqu'on lance deux dés? Combien de lancers différents donnent un résultat supérieur ou égal à 10? En déduire la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 10 et comparer ce résultat avec les estimations obtenues lors des simulations précédentes.