2^{nde} **Correction du contrôle de mathématiques**

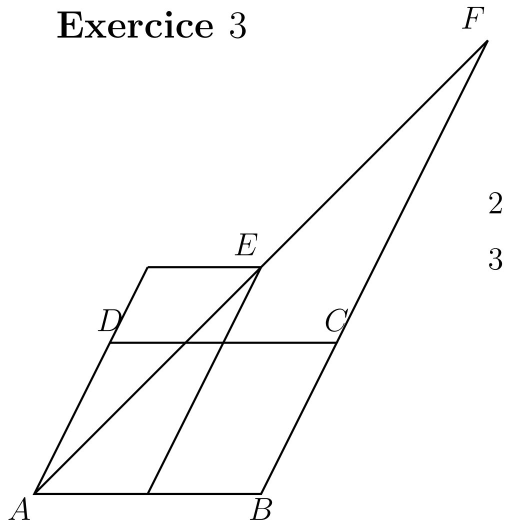
Exercice 1 On a $\overrightarrow{AB}(12;5)$ et $\overrightarrow{AC}(24;10)$, et $12\times 10-5\times 24=0$. On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, et donc que <u>les points A, B et C sont alignés.</u>

Exercice 2 Soit y l'ordonnée du point D, alors les coordonnées de D s'écrivent $D(10;y)$, et $\overrightarrow{AB}(3;2)$, et $\overrightarrow{CD}(9;y-6)$.

Les droites sont parallèles si et seulement si ces vecteurs sont colinéaires, si et seulement si $3\times(y-6)=2\times 9$, soit $y=12$.

<u>L'ordonnée du point D est $y=12$</u>.

Exercice 3



2) $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;1)$, $D(0;1)$, $E(\frac{1}{2};\frac{3}{2})$, $F(1;3)$

3) On peut conjecturer que les points A, E et F sont alignés.
On calcule : $\overrightarrow{AE}(\frac{1}{2};\frac{3}{2})$, et $\overrightarrow{AF}(1;3)$, et donc, $\frac{1}{2}\times 3-\frac{3}{2}\times 1=0$: on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires, et donc que <u>la conjecture précédente est vraie</u>.

Exercice 4 On considère dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ les points $A(0;0)$, $B(1;0)$ et C tel que le triangle ABC soit équilatéral.

1) Comme le triangle ABC est équilatéral, on a $AB=BC$ et donc $AC^2=BC^2$.
$AC^2=x^2+y^2$ et $BC^2=(x-1)^2+y^2$, et donc, $AC^2=BC^2\iff x^2+y^2=(x-1)^2+y^2$.
En simplifiant cette équation, on trouve $\underline{x=\frac{1}{2}}$.

2) De même que précédemment, $AC^2=AB^2$ car le triangle ABC est équilatéral.
$AC^2=x^2+y^2=\frac{1}{4}+y^2$ et $AB^2=1$. On en déduit que $y^2=\frac{3}{4}$ et donc que $\underline{y=\sqrt{\frac{3}{4}}}$.

3) L'aire du triangle est $\mathcal{A}=\dfrac{AB\times y}{2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{3}{4}}$.

Exercice 5

Soit $G(x;y)$ les coordonnées du points G.

Alors, $\overrightarrow{GA}(x-2;y)$, $\overrightarrow{GB}(x-4;y-4)$ et $\overrightarrow{GC}(x-5;y-2)$, et, le vecteur $2\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}+8\overrightarrow{GC}$ a pour coordonnées : $(2(x-2)+4(x-4)+8(x-5);2y+4(y-4)+8(y-2))$, soit $(14x-60;14y-32)$.

On doit donc avoir, $14x-60=0$, soit $x=\frac{60}{14}=\frac{30}{7}$, et $14y-32=0$, soit $y=\frac{32}{16}=\frac{16}{7}$.

<u>Le point G a donc pour coordonnées $G(\frac{30}{7};\frac{16}{7})$.</u>