

Exercice 1 Comparaison des fonctions de référence**1. Comparaison de x et x^2**

- Etudier le signe de l'expression $x^2 - x$.
- En déduire la comparaison des fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x \text{ et, } g(x) = x^2$$

- Représenter graphiquement les fonctions f et g dans un repère orthonormal et retrouver ces résultats.

2. Comparaison de x^2 et $\frac{1}{x}$

- Préciser pourquoi il suffit de comparer ces deux fonctions sur $\mathbb{R}_+^* =]0; +\infty[$.
- Démontrer l'égalité $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$.
- Démontrer l'égalité $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$. En déduire le signe de l'expression $x^2 + x + 1$, puis celui de $x^3 - 1$.
- Déduire de b) et c) la comparaison sur $]0; +\infty[$ des fonctions g et h définies par

$$g(x) = x^2 \text{ et, } h(x) = \frac{1}{x}$$

Exercice 2

Soit N le point du cercle trigonométrique associé à l'angle $\frac{\pi}{8}$.

- Placer précisément le point N sur le cercle trigonométrique.
- Placer sur le même cercle trigonométrique les points N_1 , N_2 et N_3 associés aux angles $\frac{-\pi}{8}$, $\frac{9\pi}{8}$ et $\frac{7\pi}{8}$.
- Repérer les symétries qui permettent d'obtenir les points N_1 , N_2 et N_3 à partir du point N .
- Le point N a pour coordonnées :

$$\left(\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}; \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \right)$$

En déduire alors les valeurs des cosinus et sinus des nombres : $\frac{-\pi}{8}$, $\frac{9\pi}{8}$ et $\frac{7\pi}{8}$.