

Devoir de mathématiques

Exercice 1 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g définies par

$$f(x) = \sqrt{(2x - 14)(6 - 5x)} \qquad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 2}}$$

Exercice 2 Résoudre $(E) : (x + 4)(3 + x) = (-x + 5)(x + 4)$ et, $(E') : \frac{2}{2x - 3} \geq 1$

Exercice 3 Monsieur Dupré, PDG d'une société fabriquant du mobilier urbain, s'intéresse au bénéfice réalisé par sa société.

Il fabrique et vend, par semaine, x lots de mobilier.

Le coût unitaire de production $f(x)$ (coût de production pour un lot de mobilier) s'exprime, en euros, en fonction du nombre de lots x par l'expression : $f(x) = x + 72$.

A ce coût unitaire s'ajoute des frais de fonctionnement de l'usine de production s'élevant à 3 952 euros par semaine, quelle que soit la quantité de lots produite.

- 1) Chaque lot étant vendu 200 euros, montrer que le bénéfice réalisé pour x lots produits et vendus est :

$$B(x) = -x^2 + 128x - 3952$$

- 2) Montrer que ce bénéfice peut aussi s'écrire sous la forme $B(x) = (x - 52)(76 - x)$.
- 3) Dresser alors le tableau de signes de $B(x)$ et en déduire le nombre de lots que doit produire et fabriquer la société pour être rentable.
- 4) Montrer que $B(x) = -(x - 64)^2 + 144$.

A partir de cette expression, étudier les variations de B sur $[0; 64]$.

On admettra pour la suite que la fonction B est décroissante sur l'intervalle $[64; +\infty[$.

Dresser le tableau de variations de B .

- 5) Quel est le bénéfice maximal que peut espérer Monsieur Dupré ? Pour combien de lots fabriqués et vendus ?