

Devoir de mathématiques

A

Exercice 1 Donner le tableau de variation et tracer la courbe représentative de la fonction racine carrée.

Exercice 2 On considère l'expression $A(x) = x^2 + 10x - 10$.

1. Donner la forme canonique de $A(x)$.
2. Résoudre l'équation $A(x) = 1$.

Exercice 3 Monsieur Dupré, PDG d'une société fabriquant du mobilier urbain, s'intéresse au bénéfice réalisé par sa société.

Il fabrique et vend, par semaine, x lots de mobilier.

Le coût unitaire de production, en euros, $f(x)$ (coût de production pour un lot de mobilier) s'exprime en fonction du nombre de lots x par l'expression : $f(x) = x + 72$.

A ce coût unitaire s'ajoute des frais de fonctionnement de l'usine de production s'élevant à 3 952 euros par semaine, quelle que soit la quantité de lots produite.

1. Chaque lot étant vendu 200 euros, montrer que le bénéfice réalisé pour x lots produits et vendus est :

$$B(x) = -x^2 + 128x - 3952$$

puis que cette expression peut s'écrire sous la forme $B(x) = (x - 52)(76 - x)$.

Déterminer alors le nombre de lots que doit produire et fabriquer la société pour être rentable (pour avoir un bénéfice positif ...).

2. Donner le tableau des variations de B .

Quel est le bénéfice maximal que peut espérer Monsieur Dupré ? Pour combien de lots fabriqués et vendus ?

Exercice 4 Dans une pâtisserie, il reste 60 petits gâteaux. La pâtissière m'informe que parmi ces gâteaux restants, 45 gâteaux sont à base de crème, 12 contiennent des fruits et que 7 ne contiennent ni crème ni fruits. Comme je suis pressé et affamé, et que la vitrine ne me semble pas très ordonnée, je désigne au hasard un gâteau.

1. Donner la probabilité, sous forme de fraction irréductible, que mon gâteau soit :
 - a) à la crème mais sans fruits ?
 - b) aux fruits mais sans crème ?
 - c) aux fruits et à la crème ?
 - d) aux fruits ou à la crème ?
2. Avant de commencer à manger mon gâteau, je m'aperçois qu'il est aux fruits. Quelle est la probabilité qu'il contienne de la crème ?

Exercice 5 Novak Djokovic et Roger Federer jouent au tennis en finale de Roland Garros. Novak Djokovic a 3 chances sur 5 de remporter le 1er set. Si il gagne le 1er set, alors il a 2 chances sur 3 de gagner le match. Si il perd le 1er set, alors il a 1 chance sur 2 de gagner le match.

Quelle est la probabilité que Roger Federer gagne le match ?

Exercice 6 Une maladie touche une personne sur 100 dans un pays. Un médecin effectue le dépistage d'une maladie à l'aide d'un test fourni par un laboratoire.

Les caractéristiques, données par le laboratoire, de ce test sont les suivantes :

- lorsque le patient sur lequel on effectue le test est malade, le test est positif dans 95% des cas ;
- lorsque le patient sur lequel on effectue le test n'est pas malade, le test est positif dans un cas sur 100 (*c'est ce qu'on appelle un faux positif*).

1. Dresser un arbre pondéré de probabilité décrivant la situation.
2. Quelle est la probabilité qu'une personne soit malade et ait un test positif ?
3. Quelle est la probabilité qu'une personne prise au hasard dans la population ait un test positif ?