

Corrigé du devoir de mathématiques

Exercice 1 Soit $z = 2 - 3i$, alors : $\Re(z) = 2$; $\Im(z) = -3$; $|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Exercice 2

$$z_1 = \frac{2+i}{3-2i} = \frac{(2+i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} = \frac{4+7i}{13} = \frac{4}{13} + i\frac{7}{13}$$

$$z_2 = \frac{-2+3i}{-1+i} = \frac{(-2+3i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = \frac{5-i}{2} = \frac{5}{2} - i\frac{1}{2}$$

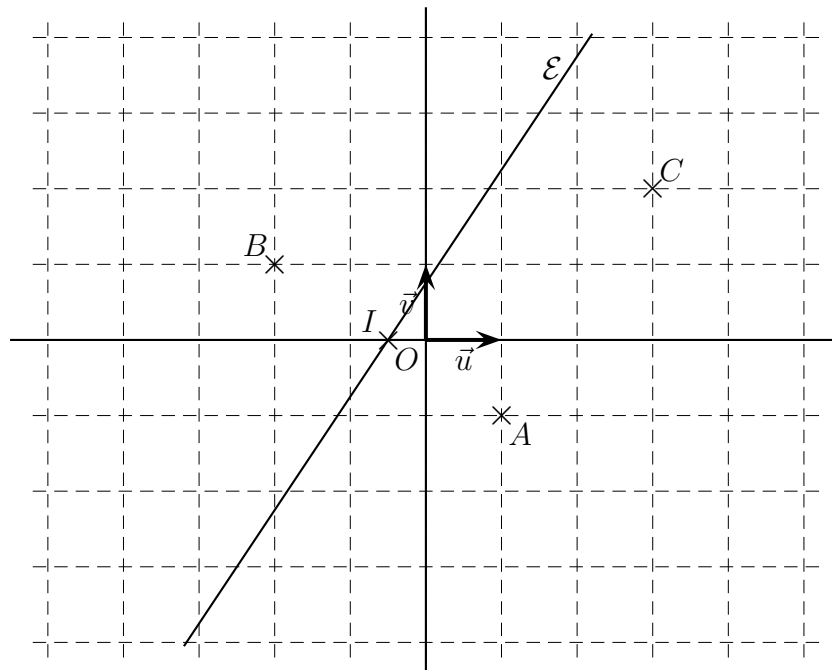
Exercice 3 Calculer le module des nombres complexes suivants :

$$|z_1| = \left| \frac{1}{2} + 2i \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$|z_2| = |i(1-i)| = |i| \times |1-i| = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \quad ; \quad |z_3| = \left| \frac{1+i}{-3-4i} \right| = \frac{|1+i|}{|-3-4i|} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

Exercice 4

1. A , B et C sont les points d'affixes respectives $z_A = 1 - i$, $z_B = -2 + i$ et $z_C = 3 + 2i$.



2. $AB = |z_B - z_A| = |-2 + i - (1 - i)| = |-3 + 2i| = \sqrt{13}$

$BC = |z_C - z_B| = |3 + 2i - (-2 + i)| = |5 + i| = \sqrt{26}$

3. Soit $D(z_D)$, alors $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \iff z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{DC}} \iff z_B - z_A = z_C - z_D$$

$$\iff z_D = z_C - z_B + z_A = 3 + 2i - (-2 + i) + 1 - i = 6 - 2i$$

4. L'affixe z_I du milieu I de $[AB]$ est $z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = -\frac{1}{2}$.

5. On a : $|z - 1 + i| = |z + 2 - i| \iff |z - z_A| = |z - z_B| \iff AM = BM$.

L'ensemble \mathcal{E} des points M recherchés est donc la médiatrice de $[AB]$.