Devoir Surveillé

1ère STI

Exercice 1 Soit la fonction f définie par $f(x) = x + 2 - \dfrac{4}{-x+3}$.
Dresser le tableau de variation de f.

Exercice 2 Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2+3}$.
Dresser le tableau de variation de g.

Exercice 3 Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+2u_n} \end{cases}$, pour tout entier n.

On admet que pour tout entier n, $u_n \neq -\dfrac{1}{2}$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.
La suite (u_n) peut-elle être arithmétique ? géométrique ?

2) On suppose que pour tout entier n, u_n est différent de 0, et on pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.
   a) Calculer v_0, v_1, v_2 et v_3.
   b) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1}, puis en fonction de u_n.
   Exprimer alors v_{n+1} en fonction de v_n, et montrer que la suite v_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
   c) En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.
   Calculer u_{50}.

Exercice 4

a) Soit u_n la suite définie pour tout entier n par $u_n = 2n - 1$.
Montrer que u_n est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme (*on pourra calculer la différence* $u_{n+1} - u_n$)
Calculer alors, en fonction de n, la somme $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

b) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 2^{u_n}$.
Calculer v_0, v_1 et v_2.
Exprimer en fonction de n, le produit $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \cdots \times v_n$.