$1^{\text{ère}}$ STI

Devoir Surveillé

Exercice 1 On considère les nombres complexes $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = [4; -\frac{\pi}{6}]$. On note A et B les points d'affixe respective z_A et z_B.

a) Ecrire z_A sous forme trigonométique et z_B sous forme algébrique .

b) Placer dans un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ les points A et B.

c) En déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}\right)$.

d) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$. En déduire alors la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$.

Exercice 2 Le plan est rapporté à un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique 1cm).

On considère dans $\mathbb{C}$ la transformation f qui, à tout nombre complexe z, fait correspondre le nombre :

$$f(z) = iz + 2 + i\,.$$

a) Calculer $f(i)$, $f(1)$ et $f(2 + 3i)$.

b) On pose $z = x + iy$. Ecrire sous forme algébrique $f(x + iy)$.
Quelle est la partie réelle de $f(x + iy)$? Quelle est la partie imaginaire de $f(x + iy)$?

c) Déterminer x et y pour que $f(z) = 0$.
On appelle A le point dont l'affixe est le nombre complexe ainsi déterminé. Placer A dans le repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

d) Quelle condition doit-on avoir sur x pour que $f(z)$ soit un nombre réel ?
Représenter l'ensemble de tous les points M du plan dont l'affixe z vérifie cette condition.

Exercice 3 Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ les vecteurs dont les coordonnées dans la repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont :

$$\vec{u}(2;1) \quad , \quad \vec{v}(\frac{2-\sqrt{3}}{4}; \frac{1+2\sqrt{3}}{4}) \quad , \quad \vec{w}(-\frac{6+\sqrt{3}}{4}; \frac{-3+2\sqrt{3}}{4}) \quad ,$$

Calculer $||\vec{u}||$, $||\vec{v}||$, $||\vec{w}||$, $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et $\vec{v} \cdot \vec{w}$.

En déduire une mesure de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exercice 4 On cherche à déterminer la masse d'une plaque d'aluminium de forme triangulaire et de 5 mm d'épaisseur.

On note A, B et C les sommets du triangle, et $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ les angles associés.

On connaît : $AB = 35$ cm, $AC = 15$ cm, $\widehat{A} = 52\,°$, aisni que la masse volumique de l'aluminium : $\rho = 2,7\, g.cm^{-3}$.

a) Déterminer la longueur BC.

b) On appelle H le sommet de la hauteur issue de C. Exprimer $\sin \widehat{A}$ et en déduire la longueur HC.

c) Cacluler alors l'aire du triangle ABC, et en déduire le volume puis la masse de la plaque d'aluminium.