$1^{\text{ère}}$ STI

Devoir Surveillé

Exercice 1 Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes :

$$z_1 = \frac{1}{2+3i} \ , \ z_2 = \frac{1-i}{2+3i} \ , \ z_3 = [3; \frac{\pi}{4}]$$

Exercice 2 On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Soit $z = 2 + 2i\sqrt{3}$. On définit alors les nombres complexes :

$$z_1 = \overline{z} \ , \ z_2 = \frac{16}{z} \ , \ z_3 = \frac{1}{4}z^2$$

1) Ecire sous forme algébrique les nombres complexes z_1, z_2 et z_3.
2) Déterminer le module et un argument de z, z_1, z_2 et z_3 ;
3) Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives z, z_1, z_2 et z_3.
   a. Calculer les distances AB, AD et BD.
   Quelle est la nature du triangle ABD ?
   b. Placer les points A, B, C et D, et retrouver alors le résultat de la question précédente.

Exercice 3 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = \sqrt{3} + 3i$, $z_B = 2\sqrt{3}$ et $z_C = 2i$.

1) Placer les points A, B et C dans le plan complexe.
2) Déterminer le module et un argument du nombre complexe z_A.
3) a. Calculer les modules des nombres complexes $z_A - z_C$, $z_B - z_A$ et $z_B - z_C$.
   En déduire la nature du triangle ABC
   b. Déterminer l'affixe du centre K du cercle (Γ) circonscrit au triangle ABC ; préciser le rayon r de ce cercle.
   c. Montrer que le point O appartient au cercle (Γ).