Corrigé du devoir de mathématiques

Exercice 1 On a $\overrightarrow{AB}\,(-14;26)$; $\overrightarrow{AC}\,(16;-5)$, $\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \sqrt{(-14)^2+26^2} \simeq 29,53$,
et $\|\overrightarrow{AC}\| = AC = \sqrt{16^2+(-5)^2} = 16,76$
et donc, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = -14\times 16 + 26\times(-5) = -354$

On a aussi, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB\times AC\times\cos\left(\widehat{BAC}\right) \simeq 19,53\times 16,76\times\cos\left(\widehat{BAC}\right) \simeq 494,92\cos\left(\widehat{BAC}\right)$.

On en déduit que $\cos\left(\widehat{BAC}\right) \simeq \dfrac{-354}{494,92}$, soit $\left(\widehat{BAC}\right) \simeq 135,7°$

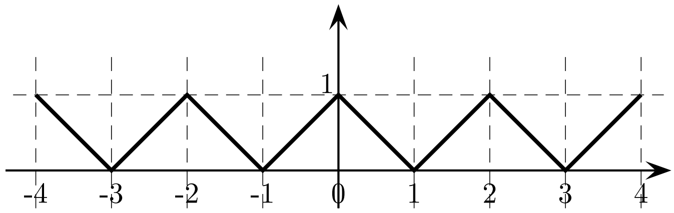
Exercice 2 $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \cos\dfrac{\pi}{6} \iff \left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$, $k\in\mathbb{Z}$.

Dans l'intervalle $[0;2\pi[$ les solutions sont donc, $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{\pi}{6};\dfrac{11\pi}{6}\right\}$.

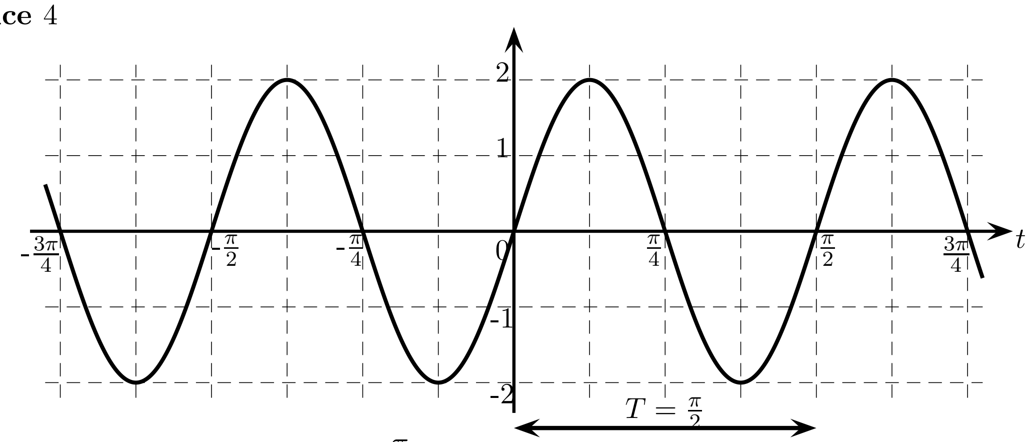
Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, périodique de période $T=2$, définie par

$$f(t) = \left\{\begin{array}{ll} -t+1 & \text{si } 0\leqslant t<1 \\ t-1 & \text{si } 1\leqslant t\leqslant 2 \end{array}\right.$$



Exercice 4



1. Graphiquement, on trouve $T = \dfrac{\pi}{2}$.
2. $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 2\pi\times\dfrac{2}{\pi} = 4$.
3. Par exemple, en $t=\dfrac{\pi}{8}$, on a graphiquement $f(t) = f\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = 2$.

   Or $f(t) = a\sin(\omega t) = a\sin(4t)$, et donc $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = a\sin\left(4\dfrac{\pi}{8}\right) = a\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = a$.

   On en déduit donc que $a=2$.

   On peut aussi déterminer le coefficient a graphiquement en observant que le maximum de f est 2.
   Or, $f(t) = a\sin(\omega t)$, et le maximum d'un sinus est 1. Ainsi, le maximum de f est $a\times 1 = 2$, d'où $a=2$.

   L'expression complète de la fonction est donc $f(t) = 2\sin(4t)$.