Correction du devoir de mathématiques

Exercice 1

(E_1) : $x^2+3x-4=0$ a pour discriminant $\Delta = 25 > 0$ et admet donc deux solutions $x_1 = \dfrac{-3-\sqrt{25}}{2\times 1} = -4$ et $x_2 = \dfrac{-3+\sqrt{25}}{2\times 1} = 1$

(E_2) : $-2x^2+3x+2=0$ a pour discriminant $\Delta = 25 > 0$ et admet donc deux solutions $x_1 = \dfrac{-3-\sqrt{25}}{2\times(-2)} = 2$ et $x_2 = \dfrac{-3+\sqrt{25}}{2\times(-2)} = -\dfrac{1}{2}$

(E_3) : $2x^2-5x-12 = -x^2+10 \iff 3x^2-5x-22$ a pour discriminant $\Delta = 289 > 0$ et admet donc deux solutions $x_1 = \dfrac{5-\sqrt{289}}{2\times 3} = -2$ et $x_2 = \dfrac{5+\sqrt{289}}{2\times 3} = \dfrac{22}{6} = \dfrac{11}{3}$

(E_4) : $3+\dfrac{2}{x+2} = x \iff \dfrac{x^2-x-8}{x+2} = 0.$

Le numérateur a pour discriminant $\Delta = 33 > 0$ et admet donc deux racines $x_1 = \dfrac{1-\sqrt{33}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{1+\sqrt{33}}{2}$

Exercice 2

• $f(x) = 3x^2-2x+1$ a pour discriminant $\Delta = -8 < 0$, et donc

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

• $g(x) = (x+3)(-2x+1)(x^2+2x+3)$
Le trinôme du second degré x^2+2x+3 a pour discriminant $\Delta = -8 < 0$ et donc

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-2x+1$		$+$	|	$+$	0	$-$	
x^2+2x+3		$+$	|	$+$	|	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

• $h(x) = 2x + \dfrac{4x-12}{x-3} = \dfrac{2x^2-2x-12}{x-3}$
Le trinôme du second degré $2x^2-2x-12$ a pour discriminant $\Delta = 100 > 0$ et admet les deux racines $x_1 = \dfrac{2-\sqrt{100}}{2\times 2} = -2$ et $x_2 = \dfrac{2+\sqrt{100}}{2\times 2} = 3$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$2x^2-2x-12$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	

Exercice 3

(I_1) : $x^2-6x+7<0$ a pour discriminant $\Delta = 8 > 0$ et admet donc les deux racines $x_1 = \dfrac{6-\sqrt{8}}{2} = 3-\sqrt{2}$ et $x_2 = \dfrac{6+\sqrt{8}}{2} = 3+\sqrt{2}$.

On a alors le tableau de signes :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
x^2-6x+7		$+$	0	$-$	0	$+$	

et les solutions de l'inéquation sont donc $\mathcal{S} = \Big]x_1;x_2\Big[$

(I_2) : $\dfrac{-2x^2+3x+5}{2x+6} \geqslant 0$

Le trinôme du second degré du numérateur a pour discriminant $\Delta = 49 > 0$ et admet donc les deux racines $x_1 = -1$ et $x_2 = \dfrac{5}{2}$.

On a alors le tableau de signe :

x	$-\infty$		-3		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$-2x^2+3x+5$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$2x+6$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$\dfrac{-2x^2+3x+5}{2x+6}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	