Exercice 1 Placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1-2i$, $z_B = 4-i$ et $z_C = \sqrt{2}+\dfrac{3}{2}i$. Déterminer les longueurs OA, OB et OC et AB.

Exercice 2 Exprimer sous forme algébrique les nombres complexes :

• $(2+3i)+(-1+6i)$ • $(5+i)-(3-2i)$ • $(1+i)(3-2i)$ • $(4+i)(-5+3i)$

• $(2-i)^2$ • $(x+iy)(x'+iy')$ • $(x+iy)^2$ • $(2-3i)(2+3i)$ • $(a+ib)(a-ib)$

Exercice 3 Les points A, B et C ont pour affixes respectives $-2+i$, $3+3i$, $1+\dfrac{11}{5}i$.

a) Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
b) En déduire que les points A, B et C sont alignés.
c) Placer les points A, B et C.

Exercice 4 Les points A, B et C ont pour affixes respectives $1+\dfrac{1}{2}i$, $\dfrac{3}{2}+2i$ et $-1-\dfrac{11}{2}i$.
Placer les points A, B et C dans le plan complexe, et montrer qu'ils sont alignés.

Exercice 5 On considère dans le plan complexe les points A, B, C et D d'affixe $z_A = 3+i$, $z_B = 2-2i$, $z_C = 2i$ et $z_D = 1+5i$.
a) Faire une figure
b) Montrer de deux façons différentes que $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 6 Soit les nombres complexes : $z_1 = \dfrac{3-i}{5+7i}$ et $z_2 = \dfrac{3+i}{5-7i}$.
Vérifier que $z_1 = \overline{z_2}$, et en déduire que z_1+z_2 est réel et que z_1-z_2 est imaginaire pur.
Calculer z_1+z_2 et z_1-z_2.

Exercice 7 Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(z) = z^3+z^2-4z+6$.

a) Montrer que pour tout complexe z, $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$.
b) Vérifier que $1+i$ est une racine de P, et en déduire une autre racine complexe de P.

Exercice 8 Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z du plan complexe tels que $Z = z^2+\overline{z}$ soit un nombre réel *(on pourra poser $z = x+iy$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, et écrire Z sous forme algébrique)*.

Exercice 9 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :
a) $5\overline{z} = 4-i$ b) $(1+i)\overline{z}+1-i = 0$ c) $3\overline{z}-2iz = 5-3i$

Exercice 10 Ecrire sous forme algébrique $(x+iy)$ les nombres complexes :

• $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2i}$ • $\dfrac{1+4i}{1-\sqrt{2}i}$ • $\left(2+i\sqrt{3}\right)\left(5-i\right)+\left(\dfrac{1}{2}+3i\right)^2$

• i^3 • $\dfrac{1}{i}$ • i^4 • i^5 • i^6 • Exprimer en fonction de $n \in \mathbb{N}$, $z_n = i^n$

Exercice 11 Soit $z_1 = -1+3i$ et $z_2 = 4-i$. Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes :

•$z_1^2-2z_2$ • $z_1z_2^2$ • $\dfrac{z_1}{z_2}$ • $\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}$ • $\dfrac{1}{z_1^2}+\dfrac{1}{z_2^2}$

Exercice 12

1. Donner la forme algébrique de : i^{12} ; i^{2012} ; i^{37} ; i^{-13}
2. On pose $j = -\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Calculer $1+j+j^2$.

• $\arg(z) = \frac{\pi}{6}$ • $|z-3| = |z+2i|$ • $|z+1-2i| < \sqrt{5}$ • $\arg(z+i) = \pi$

Exercice 14 Dans le plan complexe, A, B et C sont les points d'affixes :

$$z_A = 1+i\ ,\ z_B = 4+5i\ ,\ z_C = 5-2i\ .$$

1. Montrer que $AB = AC$.
2. a) Déterminer l'affixe du point G tel que le quadrilatère $AGBC$ soit un parallélogramme.
   b) Déterminer les affixes des points I et J, milieux respectifs de $[GC]$ et $[AB]$.

Exercice 15 Calculer le module des nombres complexes suivants :

a) $z = \dfrac{1+i}{3-4i}$ b) $z = (2+2i)(-1+i)$ c) $z = \dfrac{i(-1-i)}{-3+4i}$ d) $z = \dfrac{-4(2-i)}{2i(1+2i)}$

Exercice 16 Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants :

• $z_1 = 3$ • $z_2 = -4$ • $z_3 = 2i$ • $z_4 = -1+i$ • $z_5 = -\sqrt{3}+i$

• $z_6 = -17$ • $z_7 = -6\sqrt{3}+6i$ • $z_8 = 5i$ • $z_9 = \sqrt{6}+i\sqrt{2}$.

Exercice 17 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

• $z^2+z+1=0$ • $z^2-3z+18=0$ • $z^2+9z-4=0$ • $-z^2+(1+\sqrt{3})z-\sqrt{3}=0$

Exercice 18 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4+4z^2-21=0$.

Exercice 19 Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^4+4z^2-21=0$.

Exercice 20 On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par $P(z) = z^4-4z^3+4z^2-4z+3$.

a) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout complexe z, $P(z) = (z^2+1)(az^2+bz+c)$.

b) En déduire toutes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 21 Soit P le polynôme défini par : $P(z) = z^3-(2+i)z^2+2(1+i)z-2i$.

1. Calculer $P(i)$.
2. Trouver deux nombres réels p et q tels que $P(z) = (z-i)(z^2+pz+q)$.
3. Déterminer alors toutes les solutions de l'équation $P(z) = 0$.
4. Montrer que ces solutions sont les affixes des sommets d'un triangle rectangle.

Exercice 22 Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(z) = 3z^3+(1+6i)z^2+2(8+i)z+32i$.

a) Vérifier que $z_0 = -2i$ est une racine de P.

b) Trouver les nombres réels a, b et c tels que, pour tout complexe z, $P(z) = (z-z_0)(az^2+bz+c)$.

c) Déterminer alors toutes les racines de P.

Exercice 23 Soit les nombres complexes $z_1 = -1-i\sqrt{3}$ et $z_2 = iz_1$.

1. Ecrire z_1 sous forme algébrique.
2. a) Calculer le module et un argument de z_1 et de z_2.
   b) Placer dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ les points M_1 et M_2 d'affixes z_1 et z_2.
   c) Soit A, B et C les points du plan d'affixes respectives z_A, z_B et z_C telles que $z_A = -2+2i\sqrt{3}$, $z_B = 2-2i\sqrt{3}$ et $z_c = 8$.
   Montrer que $z_A = 2\overline{z_1}$ et que $z_B = -z_A$.
3. a) Placer les points A, B et C dans le plan complexe.
   b) Calculer $|z_A-z_B|$, $|z_B-z_C|$ et $|z_A-z_C|$.
   c) En déduire que le triangle ABC est rectangle.