

Exercice 1 a) $f'(x) = 4 \times 9x^8 - 5 \times 3x^2 + 0 = 36x^8 - 15x^2$

b) $g(x) = \frac{1}{u}$ avec $u(x) = 3x - 2$, donc $u'(x) = 3$ et $g'(x) = -\frac{u'}{u^2} = -\frac{3}{(3x-2)^2}$.

c) $h(x) = \frac{u}{v}$ avec $\begin{cases} u(x) = 2x^2 - 5x + 2 \\ v(x) = 3x - 4 \end{cases}$ donc, $\begin{cases} u'(x) = 4x^2 - 5 \\ v'(x) = 3 \end{cases}$

d'où, $h'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{6x^2 - 16x + 14}{(3x-4)^2}$

Exercice 2

a) Le sens de variation de la fonction f est donné par le signe de la dérivée f' .

$$f'(x) = 6x - 12$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x) = 6x - 12$	-	\emptyset	+
$f(x)$	\swarrow -11 \nearrow		

b) L'équation de la tangente T_1 en $x = 1$ est :

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

avec, $f(1) = -8$ et

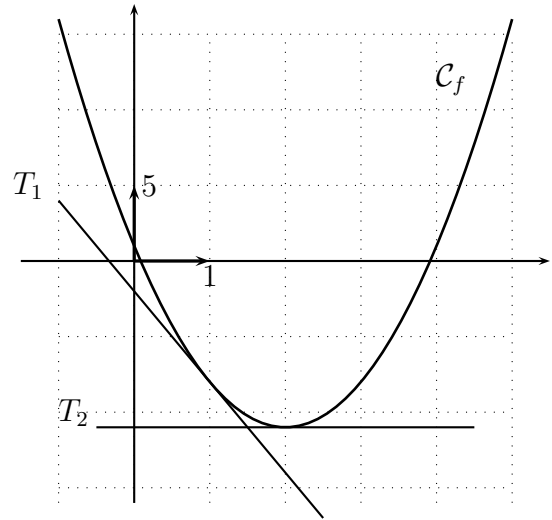
$f'(1) = -6$, d'où l'équation,

$$T_1 : y = -6(x - 1) - 8 = -6x - 2.$$

L'équation de la tangente T_2 en $x = 2$ est de la forme $y = mx + p$, avec $m = f'(2) = 0$, soit $T_2 : y = 0 \times x + p = p$.

De plus la droite T_1 passe par le point $A(2; f(2))$, soit $A(2; -11)$, et donc, $-11 = p$.

Enfin, $T_2 : y = -11$



Exercice 3

1) Chaque lot étant vendu 200 euros, la vente de x lots rapporte $200x$ euros.

Le coût unitaire de production, pour x lots produits, est de $f(x) = x + 72$. Ainsi, la production de x lots coûte $x \times f(x) = x(x + 72)$.

A ce coût s'ajoute les frais de fonctionnement de l'usine, indépendants du nombre x de lots produits, s'élevant à 3952 euros.

Au final, le bénéfice réalisé pour x lots produits et vendus est :

$$B(x) = 200x - [x(x + 72) + 3952] = -x^2 + 128x - 3952.$$

2) Pour étudier les variations de B , on étudie le signe de sa dérivée B' , avec, $B'(x) = -2x + 128$.

On trouve, grâce au tableau de variations, que le bénéfice maximal que peut espérer M. Dupré est de 144 euros pour 64 lots produits et vendus.

x	$-\infty$	64	$+\infty$
$B'(x) = -2x - 128$	+	\emptyset	-
$B(x)$	\nearrow 144 \searrow		

3) En développant, on trouve que $(x-52)(76-x) = 76x - x^2 - 52 \times 76 + 52x = -x^2 + 128x - 3952 = B(x)$

La société est rentable si ce bénéfice est positif.

En dressant le tableau de signes de l'expression de $B(x)$, on trouve que le bénéfice est positif pour $x \in [52; 76]$:

la société doit produire et vendre entre 52 et 76 lots pour être rentable.

x	$-\infty$	56	72	$+\infty$
$x - 56$	-	\emptyset	+	+
$72 - x$	+	+	\emptyset	-
$(x - 56)(72 - x)$	-	\emptyset	+	-