Correction de l'interrogation de mathématiques

Exercice 1 Soit la fonction f définie par l'expression $f(x) = \dfrac{3x-2}{-x^2+1} + 2x + 1$.
Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en 0.
On a $f = \dfrac{u}{v} + w$ avec $u(x) = 3x - 2$ donc $u'(x) = 3$, $v(x) = -x^2 + 1$ donc $v'(x) = -2x$, et $w(x) = 2x + 1$ donc $w'(x) = 2$.
On a donc $f' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2} + w'$, soit $f'(x) = \dfrac{3\left(-x^2+1\right) - (3x-2)(-2x)}{\left(-x^2+1\right)^2} + 2 = \dfrac{3x^2 - 4x + 3}{\left(-x^2+1\right)^2} + 2$.
L'équation réduite de la tangente est $y = f'(0)(x-0) + f(0) = 5x - 1$

Exercice 2 f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$
On dresse le tableau de variation de f : on a $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3\left(x^2 + 2x - 3\right)$ qui est du second degré, et admet $x_1 = 1$ comme racine évidente et, comme $x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} = -3$, la deuxième racine est $x_2 = -3$.
On obtient alors

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$3\left(x^2+2x-3\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	28	$\searrow$	-4	$\nearrow$	

Comme de plus, $f(-10) = -609 < 0$ et $f(-3) = 28 > 0$, on en déduit que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in [-10; -3]$.
De même, $f(0) = 1 > 0$ et $f(1) = -4 < 0$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une autre solution $\beta \in [0; 1]$.
On trouve plus précisément, $0,11 < \beta < 0,12$.