

Devoir de mathématiques

Exercice 1 u est une fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$. Son tableau de variation est le suivant :

x	0	1	2	$+\infty$
u	0		-1	0

Le tableau de variation est un rectangle divisé en deux parties. La partie supérieure est une ligne avec les points $x = 0, 1, 2, +\infty$. La partie inférieure est une ligne avec les points $u = 0, -1, 0$. Des flèches indiquent la variation de la fonction : une flèche descendante de $x=0$ à $x=1$, une flèche ascendante de $x=1$ à $x=2$, et une flèche ascendante de $x=2$ à $x=+\infty$.

Dresser le tableau de variation de chacune des fonctions suivantes :

- f définie par $f(x) = -2u(x) + 1$.
- g définie par $g(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{u(x)} + 3$.
- h définie par $h(x) = \frac{1}{u(x)}$.

Exercice 2 Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} , décroissante sur \mathbb{R} , et telle que, pour tout x réel, $f(x) \neq 0$.

Soit de plus λ un réel strictement négatif.

Montrer que la fonction $g = \frac{1}{\lambda f}$ est décroissante sur \mathbb{R} .

Exercice 3 Soit u et v deux fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$u(x) = 3x + 1 \quad \text{et,} \quad v(x) = x^2 - 2.$$

On définit la fonction f selon $f = u \circ v$.

- Déterminer l'expression de la fonction f .
- Déterminer le sens de variation de f .

Exercice 4 Soit f la fonction définie sur $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ par l'expression

$$f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}}.$$

- Dresser le tableau de variation de f .
- En déduire un encadrement de l'expression $1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ lorsque $x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$.