Corrigé du devoir de mathématiques

Exercice 1

a) $h : x \mapsto \sqrt{(x-3)(5-x)}$.
x ne doit pas prendre de valeurs telles que $(x-3)(5-x) < 0$, et donc, d'après le tableau de signes, $\underline{\mathcal{D}_h = [3;5]}$.

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$5-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$(x-3)(5-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) $g : x \mapsto \dfrac{\sqrt{3x-6}}{(x+3)(2x-5)}$. x ne doit pas prendre de valeurs telles que $3x-6<0$ et $(x+3)(2x-5)=0$, soit $x<2$ et $x=-3$ et $x=\frac{5}{2}$. Ainsi, $\underline{\mathcal{D}_g = [2;+\infty[\setminus\left\{\frac{5}{2}\right\}}$.

Exercice 2 Soit $M(x;y)\in\mathcal{C}_f\cap\mathcal{C}_g$, alors on a, $y=f(x)=g(x)$.

$$f(x)=g(x) \iff x^2+3x+4=-3x+4 \iff x^2+6x=0 \iff x(x+6)=0 \iff \Big(x=0 \text{ ou } x=-6\Big)$$

Ainsi ces courbes ont deux points d'intersection : $M_1(0;4)$ et $M_2(-6;22)$.

Exercice 3 L'expression $f(x)$ est définie pour des valeurs de x telles que $x^2-3\neq 0$, soit $x\neq-\sqrt{3}$ et $x\neq-\sqrt{3}$.
Ainsi, l'ensemble de définition de f est $\mathcal{D}_f=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}=]-\infty;-\sqrt{3}[\cup]-\sqrt{3};\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3};+\infty[$.

Soit $u : x\mapsto x^2$ la fonction carré.

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
u		$\searrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\nearrow$	
$u-3$		$\searrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\nearrow$	
$\dfrac{1}{u-3}$		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	$-\frac{1}{3}$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

Exercice 4

a) La fonction $-2u$ a un sens de variation contraire à celui de u, puis $f=-2u+1$ a le même sens de variation que $-2u$:

x	0		1		2		$+\infty$
$-2u$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	
$f=-2u+1$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\searrow$	

b) La fonction $\sqrt{u}$ est définie lorsque $u(x)\geqslant 0$, donc pour $x\in[2\,;\,+\infty[$, et a sur cete intervalle le même sens que u.
La fonction $-\dfrac{1}{2}\sqrt{u}$ a ensuite un sens de variation contraire à celui de $\sqrt{u}$, puis $-\dfrac{1}{2}\sqrt{u}+3$ a le

même sens de variation que $-\dfrac{1}{2}\sqrt{u}$.

x	2		$+\infty$
$\sqrt{u}$	0	$\nearrow$	
$-\dfrac{1}{2}\sqrt{u}$	0	$\searrow$	
$-\dfrac{1}{2}\sqrt{u}+3$	3	$\searrow$	

c) La fonction $h = \dfrac{1}{u}$ est définie lorsque $u(x) \neq 0$, donc pour $x \in]0\,;\,2[\cup]2\,;\,+\infty[$, et a sur cet intervalle, un sens de variation contraire à celui de u :

x	0		1		2		$+\infty$
$\dfrac{1}{u}$	$\|$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$\|$	$\searrow$	