

Définition: *Un **algorithme** est une suite finie d'instructions permettant la résolution systématique d'un problème donné.*

Un algorithme peut-être utilisé pour

- **décrire** par une suite d'instructions ou de procédures la marche complète à suivre pour résoudre un problème ;
- **automatiser** une tâche complexe ; on sait déjà dans ce cas résoudre le problème posé et on cherche à tirer parti de moyens informatiques pour effectuer automatiquement toutes les étapes et tous les calculs intermédiaires qui permettent d'aboutir au résultat ;
- **chercher** la solution d'un problème ; on ne sait pas a priori résoudre le problème posé mais on peut tirer parti d'un système informatisé pour explorer l'ensemble des possibilités, et ainsi tenter de trouver la solution, ou du moins une bonne approximation de celle-ci.

Définition: *Réaliser une **simulation** d'un problème, c'est remplacer ce problème par un problème équivalent.*

Exemple : On peut simuler l'expérience aléatoire consistant à lancer une pièce de monnaie et à noter le résultat obtenu, "Pile" ou "Face", par le tirage aléatoire d'un nombre, pour lequel on convient qu'obtenir un "0" équivaut à "Pile" et obtenir un "1" équivaut à "Face".

Dans le cas où cette simulation se fait sur un ordinateur, on parle alors de **simulation numérique**, ou **simulation informatique**.

Définition: *Un **langage de programmation** est un ensemble d'instruction et de règles syntaxiques compréhensible par un système automatisé (calculatrice, ordinateur, puce électronique,...). Un **programme** est alors la traduction d'un algorithme dans un langage de programmation particulier.*

Il existe de très nombreux langage de programmation, par exemple, Basic, Fortran, C, C++, assembleur, Python, Matlab, ainsi que par exemple ceux implantés dans les calculatrices (alors dites "programmables" ...).

Nous utiliserons principalement par la suite :

- un tableur le logiciel libre fourni dans la suite bureautique Open Office téléchargeable gratuitement à l'adresse <http://download.openoffice.org/>
- le langage de programmation Python qui est un langage récent, très puissant, et utilisé actuellement pour le développement de nombreuses applications : calculs scientifiques (mathématiques, physiques, statistiques, ...), interfaces graphiques (IHM), sites internet, ...

Il peut être téléchargé gratuitement à l'adresse <http://www.python.org/getit/>.

Simulation numérique du lancer d'un dé

On lance un dé cubique plusieurs successivement fois et on note le nombre d'obtention du chiffre 5.

1. On lance ce dé 12 fois. Combien de fois peut on s'attendre à obtenir ce chiffre ? Quelle est la fréquence (ou proportion) correspondante ?
2. Mêmes questions si on lance ce dé 100 fois.
3. Mêmes questions si on lance ce dé 1000 fois.

Tout système programmable permet de tirer un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 (fonction **rand** ou **random** sur une calculatrice).

On peut utiliser cette fonction pour simuler l'expérience consistant à lancer un dé et à noter le chiffre obtenu sur la face supérieure. On peut alors de plus tirer parti des grandes, et rapides, capacités de calcul d'un ordinateur pour effectuer cette expérience un grand nombre de fois.

A l'aide d'un tableur

1. Indiquer le titre de la première colonne dans la cellule A1, et le chiffre 1 dans la cellule A2, puis la formule $=A2+1$ dans la cellule A3.

En tirant la cellule A3 vers le bas (petit rectangle en bas à droite de la cellule), la formule est recopiée facilement dans toutes les cellules souhaitées de la colonne.

Recopier ainsi la formule jusqu'à la cellule A11.

	A	B	C
1	Numéro du Lancer		
2	1		
3	2		
4			

2. La deuxième colonne va contenir les résultats de chaque lancer et va donc utiliser la fonction ALEA() du tableur générant un nombre (réel) aléatoirement entre 0 et 1.

Dans la cellule B2, entrer la formule $=ENT(6*ALEA()+1)$, puis la tirer vers le bas de la colonne jusqu'à la cellule B11.

	A	B	C
1	Numéro du Lancer	Tirage	
2	1	3	
3	2		
4	3		

La touche F9 oblige l'ordinateur à recalculer toutes les valeurs, et en particulier, toutes les valeurs aléatoires utilisées sont aussi changées aléatoirement. On peut ainsi observer facilement et rapidement un grand nombre de résultats.

3. On utilise la troisième colonne pour indiquer si le résultat du lancer est un cinq (valeur 1) ou non (valeur 0), en entrant dans la cellule C2 la formule $=SI(B2=5;1;0)$

Cette formule signifie que le nombre de la cellule C2 vaut :

- 1 si le nombre de la cellule B2 est égal à 5
- 0 sinon.

Tirer ensuite cette formule jusqu'à la cellule C11.

	A	B	C
1	Numéro du Lancer	Tirage	Obtention du 5
2	1	3	0
3	2	5	
4	3	5	

4. Il s'agit maintenant de compter le nombre de 5 obtenus. Pour cela, avec la démarche précédente, il suffit de compter le nombre de 1 de la colonne C, c'est-à-dire d'ajouter les chiffres de cette colonne.

On entre pour cela dans la cellule D2 la formule $=SOMME(C\$2 :C2)$, puis on tire cette formule jusqu'à la cellule D11.

	A	B	C	D
1	Numéro du Lancer	Tirage	Obtention du 5	Nombre de 5 obtenus
2	1	4	0	0
3	2	3	0	
4	3	1	0	

5. Enfin, on peut calculer la fréquence (ou proportion) du nombre de 5 obtenus, qui est le nombre de 5 obtenus divisé par le nombre total de lancers.

On entre pour cela dans la cellule E2 la formule $=D2/A2$, que l'on tire ensuite vers le bas de la colonne.

	A	B	C	D	E
1	Numéro du Lancer	Tirage	Obtention du 5	Nombre de 5 obtenus	Fréquence d'obtention du 5
2	1	1	0	0	0,000
3	2	5	1	1	
4	3	1	0	1	

(Modifier éventuellement l'affichage des nombres, en sélectionnant la colonne, puis "format", "format des cellules" et enfin l'onglet "nombres")

6. A l'aide de cette simulation, répondre alors aux trois premières questions. (on pourra évidemment tirer les formules entrées dans chaque colonne aussi bas que souhaité, de manière à augmenter le nombre de lancers).

A l'aide d'un algorithme

On utilise trois variables principales :

- **NbreLancers** : le nombre total de lancers que l'on va simuler ;
- **Compteur** : une variable dont la valeur est initialement nulle et à laquelle, à chaque lancer, on ajoutera 1 si un 5 est obtenu.
Ainsi, après les **NbreLancers**, la valeur de la variable **Compteur** sera le nombre total de fois que 5 a été obtenu.
- **De** : une variable dont la valeur sera un chiffre aléatoire entre 1 et 6.

L'algorithme s'écrit :

```
10→NbreLancers
0→Compteur

Pour i de 1 à NbreLancers
  "Nombre entier aléatoire entre 1 et 6"→De
  Si De=5
    Compteur+1→Compteur
  Fin Si
Fin Pour

Afficher "Nombre de 5 obtenus= ", Compteur
```

La traduction de cet algorithme en langage Python s'écrit :

```
import random

NbreLancers=10
Compteur=0

for i in range (0,NbreLancers) :
  De = random.randint(1,6)
  if De==5 :
    Compteur=Compteur+1

print "Nombre de 5 obtenus= ", Compteur
```

Modifier l'algorithme précédent pour qu'il affiche la fréquence des (ou proportion) globale des 5 obtenus.

Simulation numérique du lancer de deux dés

On considère cette fois l'expérience suivante : on lance simultanément deux dés cubiques non pipés, et on note la somme des chiffres obtenus sur chaque dé.

1. Combien de résultats différents peut-on obtenir ?
2. On cherche à estimer les chances d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 10.
Quelle estimation peut-on donner a priori ?
3. Proposer une simulation de cette expérience à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme (ou les deux).
Quelle estimation observe-t-on sur un grand nombre de lancers (100, 1000, 10 000, ...) ?
4. Un joueur joue au jeu suivant :
 - si la somme des deux dés est inférieure ou égale à 6, il perd 20 euros ;
 - si la somme des deux dés égale à 7, il gagne 100 euros ;
 - dans tous les autres cas, il ne perd ni ne gagne d'argent.Simuler 100 parties d'un tel jeu. Ce jeu semble-t-il équitable ?
Même question après avoir simulé 1000 parties.

Politique des naissances

Dans un pays, le gouvernement adopte la politique des naissances suivantes :

- si le premier enfant né dans une famille est un garçon, alors la famille n'a pas le droit d'avoir un deuxième enfant ;
- si le premier enfant est une fille, alors la famille peut (et doit...) avoir un deuxième et dernier enfant.

On considère ici que les probabilités d'avoir un garçon ou une fille sont égales (donc égales à 0,5).

Simuler à l'aide d'un tableur les naissances dans 10 familles de ce pays. Quelle est, en moyenne, le nombre de garçon par famille ?

Même question avec 100 familles, puis 1000 familles.