Géométrie vectorielle analytique - Exercices $1^{\text{ère}}S$

Exercice 1 Soit dans un repère les points $A(-1;1)$, $B(2;3)$, $C(-2;-4)$ et $D(1;-2)$.
Montrer de deux manières différentes que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.
On suppose de plus que le repère est orthonormé. Calculer AB, BC, CD et DA.

Exercice 2 Soit dans un repère $A(2;3)$, $B(-5;7)$ et $C(3;-12)$.
Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, et $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.
Que retrouve-t-on ?

Exercice 3 Soit dans un repère $A(3;4)$, $B(12;6)$ et $C(-2;1)$.
Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

Exercice 4 Soit dans un RON les points $A(-2;1)$ et $B(4;1)$ et le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$.
Déterminer les points de $\mathcal{C}$ d'ordonnée 3.

Exercice 5 Tracer les droites $D_1 : y=3x-2$ et $D_2 : y=-2x+1$.

Exercice 6 Dans chaque cas, dire si les vecteurs sont colinéaires.
a) $\vec{u}\,(2;-3)$ et $\vec{v}\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$. b) $\vec{u}\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$ et $\vec{v}\left(\dfrac{4}{5};\dfrac{3}{3}\right)$. c) $\vec{u}\left(\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$ et $\vec{v}\left(-2;-\sqrt{6}\right)$.

Exercice 7 Dans un repère, soit les vecteurs $\vec{u}(2;3)$, $\vec{v}(-4;6)$ et $\vec{w}(-4;3)$.
Le vecteur $\vec{z}=2\vec{u}-3\vec{v}$ est-il colinéaire au vecteur $\vec{w}$?

Exercice 8 Dans chaque cas, déterminer le réel m pour que les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.
a) $\vec{u}\,(2;6)$ et $\vec{v}\,(m;3)$. b) $\vec{u}\,(27;2m)$ et $\vec{v}\,(2m;3)$. c) $\vec{u}(2m;3m)$ et $\vec{v}(-2;3m)$

Exercice 9 Dans un repère, on donne les points : $A(-2;1)$; $B(3;3)$; $C\left(1;\dfrac{11}{5}\right)$; $D\left(\dfrac{45}{2};\dfrac{54}{5}\right)$.
a) Démontrer que les points A, B et C sont alignés.
b) Les points A, B et D sont ils alignés ?

Exercice 10 Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(-2;3)$, $B(4;7)$ et $C(3;2)$.

1. Démontrer que les droites (AB) et (OC) sont parallèles.
2. $M(x;0)$ est un point de l'axe des abscisses. Calculer x pour que A, B et M soient alignés.

Exercice 11 Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(-3;2)$ et $B(-1;7)$.
Le point $M\left(-6;-\dfrac{11}{2}\right)$ est-il un point de (AB) ?

Exercice 12 Donner une équation cartésienne de la droite d d'équation $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{1}{5}$.

Exercice 13 Dans chacun des cas, dire si les droites d et d' sont parallèles :

1. Les droites d et d' ont pour équations $2x-3y+67=0$ et $8x-12y+0,3=0$.
2. Les droites d et d' ont pour équations $x-\dfrac{4}{7}y+2=0$ et $\dfrac{5}{3}x-y+3=0$.
3. d a pour vecteur directeur $\vec{u}=\dfrac{-9}{2}\vec{i}+3\vec{j}$ et d' a pour équation $2x+3y-3=0$.

Exercice 14 Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par $A(-2;5)$ et de vecteur directeur $\vec{u}=(2;3)$.

Exercice 15 On donne les points $A(1;-1)$ et $B(3;2)$. Déterminer une équation de la droite d passant par A et B.

Exercice 16 Déterminer une équation de la droite d passant par le point $A(-5;3)$ et qui a pour coefficient directeur $m = \dfrac{2}{3}$.

Exercice 17 Dans un repère $(0;\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(1;5)$, $B(-3;2)$ et $C(5;-1)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(3;1)$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d' passant par A et parallèle à (BC).

Exercice 18

1. Démontrer que les droites d'équations respectives $5x-2y-4=0$ et $y=-2,5x+0,5$ ne sont pas parallèles.
2. Tracer ces droites dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.
3. Quelles sont les coordonnées de leur point d'intersection ?

Exercice 19 Pour quelle valeur du nombre m, les droites d et d' d'équations respectives $3x+y=0$ et $(2m-1)x+(m-3)y-1=0$ sont-elles parallèles ?

Exercice 20

1. Les vecteurs $\vec{u}\left(2\sqrt{3};3\right)$ et $\vec{v}(4;2\sqrt{3})$ sont-ils colinéaires ?
2. Le point $A(6;3)$ est-il un point de la droite $d : 2x-5y+3=0$?
3. Déterminer une équation de la droite d passant par le point $A(0;2)$ et de coefficient directeur 3.
4. Déterminer une équation de la droite d passant par $A(1;5)$ et $B(-102;-201)$.
5. La droite d passant par les points $A(-3;22)$ et $B(112;-553)$ est-elle parallèle à la droite d' dont le coefficient directeur vaut -5 ?
6. La droite d a pour équation $2x-3y+5=0$. Quelle est son ordonnée à l'origine ?
7. La droite d a pour équation $2x-3y+5=0$. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite d avec les axes du repère.
8. Soit la droite d d'équation $3y-x+1=0$. Donner un point et un vecteur directeur de d.
9. Trouver une équation de la droite Δ passant par le point $A(-1;4)$ et parallèle à la droite d d'équation $3x-2y+1=0$.
10. Trouver une équation de la droite d passant par le point $C(3;2)$ et parallèle à la droite d passant par les points $A(-1;5)$ et $B(2;-2)$.

Exercice 21 Soit Δ la droite passant par le point $M(1;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1;3)$. Soit de plus les points $A(8;7)$ et $B(-2;3)$.

La droite Δ passe-t-elle par le milieu I de $[AB]$?

Exercice 22 Dans chacun des cas suivants, dire si les droites d et d' sont confondues, parallèles distinctes ou sécantes. Si ces droites sont sécantes, calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

a) $\left\{\begin{array}{l} 2x-y+5=0 \\ 3x-5y+6=0 \end{array}\right.$ b) $\left\{\begin{array}{l} 8x+2y+6=0 \\ 3x+\dfrac{3}{4}y-5=0 \end{array}\right.$ c) $\left\{\begin{array}{l} x+3y-6=0 \\ \dfrac{1}{3}x+y-2=0 \end{array}\right.$

Exercice 23 Vérifier que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires, et déterminer des réels a et b tels que $\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$.

1. $\vec{u}(3;-1)$; $\vec{v}(1;4)$; $\vec{w}(5;7)$.
2. $\vec{u}\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{4}\right)$; $\vec{v}(-4;1)$; $\vec{w}(-2;4)$.

Exercice 24 Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, la droite d_1 passe par le point $A(4;3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(3;2)$. La droite d_2 passe par le point $B(6;0)$ et a pour vecteur directeur $\vec{v}(2;-1)$.

d_3 est une droite passant par $C(4;-2)$ et $\vec{w}$ est un de ses vecteurs directeurs.

Démontrer que d_1, d_2 et d_3 sont concourantes si et seulement si $\vec{w}$ est colinéaire au vecteur $4\vec{i}-9\vec{j}$.