Devoir Surveillé

$1^{\text{ère}}$ ES

Exercice 1

On considère la liste $\mathcal{L}$ de quatre nombres : 1, 3, 5 et 7, et la fonction f définie par

$$f(x) = (x-1)^2 + (x-3)^2 + (x-5)^2 + (x-7)^2 \ .$$

1) Calculer la moyenne et l'écart type de cette liste $\mathcal{L}$.

2) Calculer $f'(x)$ (on pourra développer au préalable l'expression de $f(x)$), et en déduire le minimum de la fonction f.

3) $\boxed{\text{A faire à la maison}}$ Soit x_1, x_2, x_3 et x_4 quatre nombre réels quelconques, et la fonction F définie par $F(x) = (x-x_1)^2 + (x-x_2)^2 + (x-x_3)^2 + (x-x_4)^2$.

   En procédant comme précédemment (développer $F(x)$, calcul de la dérivée, puis tableau de variation), montrer que la valeur qui minimise F est la moyenne de x_1, x_2, x_3 et x_4.

Exercice 2 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2+3}$

1) Dresser le tableau de variation de la fonction g.
2) Déterminer les limites de la fonction g en $-\infty$ et $+\infty$, et préciser les éventuelles asymptotes à la courbe représentative de f.
3) Tracer l'allure de la courbe représentative de f.

Exercice 3 Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{-3x^2+5x-3}{x-1}$.

Montrer que la courbe représentative de f admet la droite d'équation $y = -3x+2$ comme asymptote en $-\infty$ et $+\infty$.

Exercice 4 On considère la fonction f définie sur $]-1;1[$ par : $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x-1}$.

a) Calculer la dérivée f' de f et vérifier que, pour tout x de $]-1;1[$, on a :

$$f'(x) = \frac{4x}{(x+1)^2(x-1)^2}$$

b) En déduire le tableau de variation de f.